Pistes de réflexion pour organiser la construction des premiers nombres à l'école maternelle[1].

Joël Briand

Maître de conférences

Nouvelle Université Bordeaux.

Préambule

Le but de cette contribution est de lister des questions qui se posent lorsque l'on aborde l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle. Pour mener à bien, autant que faire se peut, cette tâche, j'ai décidé de m'appuyer sur les seuls domaines du pré-numérique et du numérique. Les autres domaines habituellement dévolus aux mathématiques (espace, temps, etc.) ne seront donc pas étudiés ici en tant que tels, même s'ils sont approchés dans l'étude.

Introduction :

Les mathématiques de l'école maternelle sont tellement culturellement connues qu'il semble que leur construction paraisse aller de soi et que leur transmission puisse se réduire à leur présentation en vue d'une familiarisation. Toutefois ces mathématiques apparemment « déjà là » le sont pour les adultes mais leur appropriation par les élèves devrait passer par une mise en scène qui favorise une re-construction, une reprise, une appropriation progressive d'ensemble de signes, de règles, de modes de raisonnement, qui sont l'essence même de l'activité mathématique à cet âge. Cela suppose pour le professeur d'avoir une posture dans laquelle il s'agit de mettre en avant, non pas l'élève ou le savoir, mais la situation comme système d'interactions de l'élève avec un milieu censé lui permettre de faire évoluer ses connaissances. [BROUSSEAU 1997]. Dans ce cas, on parlera de situation d'apprentissage par adaptation.

La pratique des mathématiques n'est pas seulement la connaissance d'un ensemble de vérités instituées qu'il faut connaître et appliquer mais aussi la construction d'un langage ayant sa propre consistance [REBIERE 2012] et, le cas échéant, qui permette d'aider à contrôler une situation. (contre-rôle c'est-à-dire un ensemble de signes qui assure la tenue, en double, de la situation).

Faire des mathématiques (donc les apprendre) c'est donc construire un modèle (produit par un langage écrit : i.e. « moyen d'objectiver et de développer la pensée») en vue d'exercer un contrôle sur un milieu (matériel en début de scolarité) et ceci dès l'école maternelle. Ceci conduit à deux constats : contrôler un milieu veut dire prévoir ; construire un langage veut dire entrer dans des formes d'écrits.

Partant de là, il faudra remettre en cause l'idée que les mathématiques se construisent par simple manipulation d'objets (nous reviendrons sur ce point), par remplissage de fiches, où les élèves exécutent des tâches sans même envisager qu'elles permettent éventuellement de construire des savoirs. Il s'agit donc de créer des dispositifs où l'élève expérimente et développe son autonomie, sa prise de décisions son sens de l'anticipation. Pour cela, le

[1] Ce texte s'appuie sur un texte écrit pour le GFEN en 2015 en le complétant.

professeur va établir un climat de confiance et de sécurité afin que l'élève ose faire des tentatives, des essais répétés, mêmes infructueux, et ceci dès son plus jeune âge.

Etat des lieux

Les programmes 2008 de l'école maternelle:

Ils établissaient de fait un cloisonnement entre les activités à caractère mathématique (listées dans la partie « découverte du monde ») et celles relatives à l'entrée dans l'écrit (listées dans la partie « découvrir l'écrit ») montrant par là même une absence de réflexion sur l'entrée dans l'écrit y compris au cours d'une activité mathématique.

-Ils déclaraient : *« progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer »* quand on sait que le comptage – numérotage appris de façon mécanique, s'il peut permettre de réussir une tâche de dénombremet, peut constituer un obstacle à l'acquisition du nombre.

-Il attribuaient au « symbolisme » en mathématiques une définition obscure : *« à la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme* ». Or entrer dans l'écrit c'est symboliser. Comment alors entrer dans les premiers écrits des nombres ?

-Ils préconisaient une attitude pédagogique *« L'accompagnement qu'assure l'enseignant en questionnant (comment, pourquoi, etc.) et en commentant ce qui est réalisé avec des mots justes, dont les mots-nombres, aide à la prise de conscience »*. Or, dans des situations d'action, vouloir faire verbaliser à tout prix peut s'ériger en obstacle à la réussite de l'action.

-Ils séparaient des domaines (*construction des premiers nombres, maîtrise de l'espace, etc*.) qui sont pourtant dépendants les uns des autres. Par exemple, pour dénombrer une collection, il faut se déplacer de façon organisée dans cette collection : le numérique a besoin du spatial. Les dépendances entre les différents domaines sont fortes et malgré tout non explicitées.

Les programmes 2015 de l'école maternelle:

La partie relative à la construction du nombre y est bien mieux détaillée. Voici quelques extraits qui mettent en garde sur la confusion entre connaître la comptine numérique et avoir acquis le concept de nombre.

"La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. Chez les jeunes enfants, ces apprentissages se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner : l'enfant peut, par exemple, savoir réciter assez loin la comptine numérique sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection."

....."Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités."

....."Les premières écritures des nombres ne doivent pas être introduites précocement mais progressivement, à partir des besoins de communication dans la résolution de situations concrètes. ".

....."Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas). "

... « Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombre désigne la quantité qui vient d'être formée ».

Ces extraits montrent que les travaux en didactique des mathématiques ont été pris en compte mais ils ne précisent pas comment le comptage-numérotage sera évité dans les activités de dénombrement alors même que c'est la stratégie qui est le plus spontanément utilisée par les élèves.

En cela la didactique des mathématiques a depuis 30 ans apporté des réponses et loin d'avoir à *"repenser la didactique des mathématiques"*[2] il est urgent de s'y replonger.

L'école maternelle et le milieu parental :

En dehors de la traditionnelle attente « les enfants doivent savoir lire, écrire et compter » un grand nombre de parents n'ont pas une perception nette de ce qui se joue à l'école. Cette ignorance est encore plus marquée lorsqu'il s'agit de l'école maternelle. Ils ne comprennent pas l'enjeu de telle ou telle activité et donc n'aident pas leurs enfants à repérer l'enjeu de l'apprentissage de la situation. Or ce sont souvent les questionnements de la famille qui optimisent l'aptitude, chez ces élèves, à comprendre que dans l'activité scolaire proposée il y a quelque chose à apprendre. Ce retour « en famille » sur les activités scolaires n'est pas présent dans beaucoup de milieux : un enfant qui a l'habitude d'ouvrir des albums chez lui et qui a été accompagné dans la lecture de ceux-ci investira différemment la pratique de la lecture, voire la dictée à l'adulte. Qu'en est-il pour les mathématiques ? Souvent, les parents s'impliquent dans le comptage-numérotage : *« mon enfant sait compter jusqu'à 39 »* dira tout fier un parent. Cet « enseignement spontané » du comptage-numérotage constitue une pratique sociale courante. Nous verrons en quoi cette pratique ne garantit en rien l'acquisition du concept de nombre et qu'il appartient à l'école maternelle de prendre ses distances et de proposer d'autres approche en vue de la construction du nombre.

Mais il y a plus préoccupant encore : un récent travail auprès de plusieurs classes de cours préparatoire a montré que les enfants ne pratiquaient bien souvent plus des jeux qui engagent une pratique sociale des nombres. Par exemple, le jeu des petits chevaux qui favorise la lecture d'un dé, le déplacement sur une piste réglé par le nombre de sauts à effectuer, la lecture des six premiers nombres écrits en chiffres, est maintenant un jeu relativement peu pratiqué dans certains milieux parentaux. Or les activités qui vont être développées à l'école maternelle et en cours préparatoire pour les usages du nombre (mémoriser une quantité, mémoriser une position sur un parcours) se fondent souvent sur ces jeux. Les neurosciences pointent d'ailleurs cette familiarisation première comme catalyseur de la construction des premiers nombres [DEHANNE 2010] . On assiste à une modification de la culture à laquelle l'enseignement ne s'est pas préparé.

[2] Brissiaud in présentation collloque AGEEM 2017.

Jeux et situations d'enseignement. Rôle(s) du professeur

Prenons un exemple en petite section : Une activité de « tri » consiste à demander à des élèves de petite section, de trier trois catégories de graines posées en vrac en les mettant dans des boîtes. Pour cela, trois boîtes identiques sans couvercle sont à leur disposition afin de mettre une catégorie de graines par boîte. Deux connaissances entrent ici en jeu : la connaissance " collection " et la connaissance " énumération ", qui sont les deux connaissances constitutives du savoir " tri ". Ce sont donc ces deux connaissances qui doivent être convoquées par les élèves si l'on veut que le tri soit réussi. Or le milieu constitué autour des « boites sans couvercle » leur permet de contrôler ces deux connaissances presque à leur insu. L'élève peut réussir facilement. On pourrait dire que le milieu est *« l'allié »* de l'élève en tant qu'actant mais sûrement pas en tant qu'apprenant. Or, l'école maternelle n'est pas là pour que des élèves sachent bien trier des graines. Ce type de jeu, si fréquent en maternelle, apporte peu du point de vue de l'activité mathématique, si ce n'est des savoir-faire dans des domaines extérieurs aux mathématiques.

Fermons maintenant les boites : (boîtes tirelires, c'est-à-dire dans lesquelles on peut glisser une graine sans voir les graines déjà mises). L'élève doit alors « inventer » une stratégie qui permette de prendre les bonnes décisions aux moments sensibles : la stratégie décrite tout à l'heure, où l'actant prend les graines et les boites au hasard et corrige « à la vue » n'est plus possible : comment savoir si la graine est semblable à celles qui sont déjà dans la boite ? Comment prendre une autre boite ? Quand le milieu est constitué de boites fermées, toutes identiques, ce milieu joue alors un tout autre rôle. Les rétroactions qu'il induit permettent (obligent les) aux élèves d'inventer les stratégies adéquates et de mobiliser les savoirs visés par le professeur. On dira ici que le milieu est *« antagoniste »*. Et l'enjeu est de taille : on ouvrira après pour voir si on avait bien prévu !

En conclusion, le premier jeu, avec les boîtes ouvertes permet de comprendre la règle d'un jeu qui se jouera plus tard, quand les boîtes seront fermées. Le jeu lui-même se joue boîtes fermées[3].

Dans cette situation il existe un espace-temps entre le moment où l'élève agit à partir d'hypothèses et de stratégies, et celui où il constate les effets de son action. Son action est réglée par de l'anticipation. Viendra ensuite le moment de constater si l'anticipation était correcte ou non et de recommencer le cas échéant. Ce système d'inter-actions va permettre aux élèves de petite section de faire évoluer leur connaissance du tri.

Ce type de situations se rapproche de situations de jeux à règle :

- La motivation ne doit pas être recherchée ailleurs que dans le plaisir de réussir à un jeu. Il n'est pas nécessaire de vouloir créer un environnement matériel moins formel.

- A la différence d'un jeu traditionnel, cette situation vise expressément l'acquisition de savoirs utiles pour la suite de la scolarité.

-Un accompagnement prématuré du professeur par questionnement lors de la phase d'action est inutile voire contre-productif. Par contre, l'accompagnement bienveillant lors de l'ouverture des boîtes et le constat d'une erreur éventuelle à ce moment là engagera l'élève dans un nouvel essai avec le projet (partagé avec le professeur) de réussir.

La construction des premiers nombres

[3] Voir l'activité dite « tri de graines » dans BRIAND-SALIN-LOUBET 2004.

Le comptage-numérotage et le dénombrement

En 1989 une étude conduite à l'Université Bordeaux 1[4] montrait qu'il n'y avait pas de corrélation entre connaître la comptine des nombres et pouvoir construire une collection équipotente à une collection de référence non visible au moment de la construction de la dite collection. A cette époque, les élèves (en entrée de CP) connaissaient la comptine jusqu'à à peu près 30. La même étude conduite en 2012 a montré que les élèves comptaient maintenant bien plus loin (souvent jusqu'à 50, voire 70..) mais que le taux de réussite à la situation dite « fondamentale du nombre » n'avait pas augmenté ! et que la corrélation était toujours inexistante.

Connaître la comptine, même plus loin que voici 20 ans, n'est donc pas automatiquement suffisant pour savoir dénombrer une collection. Et quand bien même le comptage-numérotage permettrait le dénombrement, nous n'avons aucune garantie que le nombre s'y est construit. Pour certains enfants les mots-nombres connus restent à quantifier. Il suffit de relire Claire Meljac dans sont ouvrage « décrire, agir compter» [MELJAC 1979] pour s'apercevoir que ce phénomène avait déjà été pointé à l'époque. Le comptage-numérotage est bien sûr une procédure de dénombrement possible et culturellement reconnue à condition de savoir coordonner le geste et la parole ce que la connaissance de la comptine ne garantit pas. L'enseignement du comptage-numérotage correspond donc au modèle spontané d'enseignement et est souvent encouragé par l'institution mais son enseignement prématuré peut constituer un obstacle[5] (didactique) à la construction du nombre comme signe de la quantité. Cela ne signifie pas qu'il faille « décrocher » les bandes numériques dans les classes maternelles. Il s'agit de ne pas confondre environnement culturel et pratiques mathématiques !

Des pratiques sociales aux situations de classe :

Le nombre comme une des solutions à un problème de dénombrement

Prenons l'exemple d'un enfant appelé à mettre le couvert, chez lui. Il peut avoir plusieurs stratégies :

- il prend l'assiette pour maman, va la poser ; il prend l'assiette pour papa, va la poser ; etc. ;

- il prend beaucoup d'assiettes et est ainsi assuré d'avoir "ce qu'il faut" ;

- il prévoit l'assiette pour maman, papa, etc. et va ensuite les poser. Pour cela il peut associer maman, papa, etc. à un doigt et construire ainsi une collection intermédiaire ; il peut aussi compter maman 1 papa 2.... ; il peut enfin dire la quantité nécessaire à l'aide d'un nombre prononcé.

---

[4] Quatre étapes pour une évaluation continue en grande section. IREM Bordeaux 1989.

[5] Obstacle : L'erreur n'est pas seulement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard comme on le croit dans les théories empiristes ou béhavioristes de l'apprentissage, mais l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui dans une situation nouvelle, se révèle fausse, ou simplement inadaptée. Bachelard écrivait : "l'erreur est constitutive d'une connaissance". Il affirmait par là même qu'une erreur commise par un sujet dans une activité quelconque révélait un savoir mis en jeu et localement inadapté à l'activité en cours. Les erreurs de ce type ne sont donc pas erratiques et imprévisibles, elles sont constituées en obstacles. Un obstacle est constitué comme une connaissance, avec des objets, des relations, des méthodes d'appréhension, des prévisions, avec des évidences, des conséquences oubliées, des ramifications imprévues... Il va résister au rejet, il tentera comme il se doit, de s'adapter localement, de se modifier aux moindres frais, de s'optimiser sur un champ réduit. Piaget parlerait de processus d'accommodation.

Cette situation met en jeu un savoir. Il s'agit dans la première attitude de la correspondance un à un, et dans la troisième attitude, du dénombrement[6]. Dans ce cas, il s'agit de bien contrôler la quantité d'une façon ou d'une autre, que ce soit la correspondance terme à terme (par l'intermédiaire des doigts), ou bien le comptage numérotage, ou bien l'usage du nombre.

Le travail de l'enseignant va consister à construire une situation dont les modifications successives conduisent à l'acquisition du nombre au delà de la correspondance terme à terme et du comptage numérotage.

Examinons les modifications nécessaires pour qu'une situation d'enseignement puisse, à terme, générer le nombre comme solution optimale (situation d'apprentissage par adaptation).

La situation transposée

- En premier lieu, La collection à laquelle se réfère l'enfant dans son milieu familial (papa, maman, etc.), sera remplacée par une collection construite par le professeur : collection de petites voitures par exemple avec pour tâche d'aller chercher un garage pour chaque voiture (les garages sont matérialisés par des plaques de carton afin que, lors de la vérification, on puisse placer une voiture sur une plaque de carton).

-Il posera comme enjeu de ne pas faire plus d'un aller et retour entre la collection de voitures et les garages (c'est là que certains enfants « diront » le nombre, que d'autres mimeront avec les doigts, etc.).

-Il pensera sa consigne et ne s'en écartera pas : *« vas chercher en un seul voyage juste ce qu'il faut de garages pour tes voitures »* et non pas « *vas chercher le nombre de garages qu'il faut pour les voitures »*.[7]

- Plusieurs confrontations à ce jeu peuvent permettre d'espérer que les enfants tenteront de mémoriser la quantité. Mais cette situation peut se résoudre par simple comptage-numérotage.[8]

Comment faire évoluer cette situation pour que les élèves construisent le concept de nombre ?

Importance de l'écrit

Pour que la situation puisse faire évoluer du comptage-numérotage au nombre, le professeur va devoir réorganiser le milieu. Il va jouer sur la taille des collections et séparer dans le temps

---

[6]Nous retenons deux acceptations du terme "dénombrement" :
- Le dénombrement au sens strict : dénombrer une collection c'est considérer le dernier terme de la liste ordonnée des nombres produite dans le comptage comme une caractéristique de la collection.
- Le dénombrement au sens large : dénombrer une collection c'est pouvoir construire une collection équipotente à une collection donnée sans présence de cette collection.

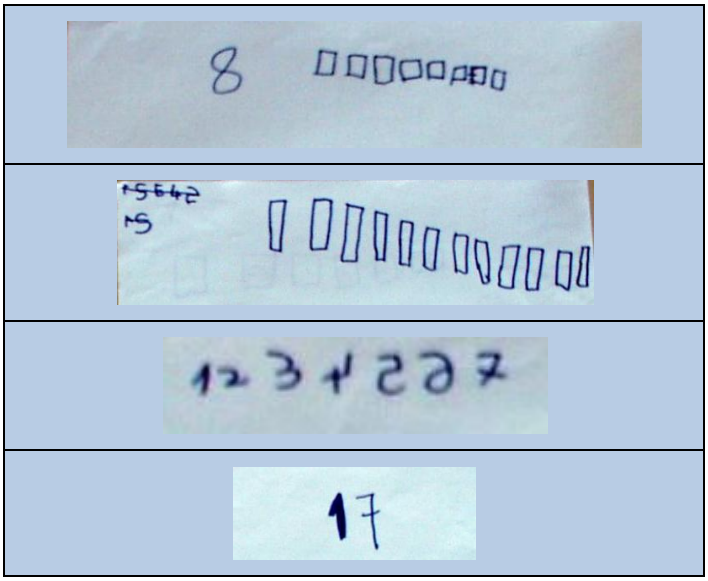
[7] A l'école maternelle, les savoirs sont tellement connus qu'il est difficile, pour les professeurs, de donner une consigne sans donner la solution…

[8]A ce propos, R.Brissiaud écrit : *"En revanche, depuis 30 ans environ, les étudiants des écoles normales, des IUFM puis des ESPE apprennent que la « situation fondamentale du dénombrement » est celle où l'élève est devant une collection de coquetiers et où l'enseignant lui demande d'aller chercher à l'autre bout de la classe, en un seul voyage, une collection d'œufs qui conduise à mettre exactement un œuf dans chaque coquetier. Or, pour réussir ce problème, il suffit de compter-numéroter les coquetiers (le 1, le 2, le 3, le 4, le 5, le 6, le 7, le 8, par exemple) et de compter-numéroter « pareil » les œufs, il n'est pas nécessaire de savoir comment le nombre 8 s'exprime en nombres plus petits que lui. C'est ainsi qu'aujourd'hui, les formateurs appellent « situation fondamentale du dénombrement » un problème dont la résolution ne nécessite pas de comprendre les nombres au sens de Buisson, Canac, Mialaret, etc. Le point de vue adopté est radicalement différent. Cet usage du mot « dénombrement » est extrêmement malheureux : il conduit les enseignants à penser que leurs élèves travaillent avec des nombres, c'est-à-dire des entités qui réfèrent à des pluralités, alors que, bien souvent, ils ne font usage que de numéros, entités qui réfèrent à des individualités.".* Nous pourrions dire que son analyse est juste si la situation dite "fondamentale du nombre" était celle qu'il décrit. Or il faut avoir lu les textes d'origine de Brousseau pour comprendre que c'est une modification du milieu (de la situation) qui va faire en sorte que l'élève passera du comptage-numérotage au concept de nombre.

les deux étapes de l'activité : par exemple, mémoriser la quantité le matin et utiliser cette mémoire de la quantité l'après-midi. Pour cela, il va engager les élèves dans la production d'une trace écrite afin de se souvenir.

Le passage à un travail sur l'écrit joue ici un rôle fondamental. Les enfants proposent différentes stratégies (dessiner les garages, dessiner des bâtonnets, écrire la suite écrite de la comptine, écrire le nombre,...). Ils trouvent petit à petit un moyen écrit de garder en mémoire cette information numérique. C'est dans les écrits que vont se négocier le passage d'une trace écrite du comptage-numérotage (1 2 3 4 5 6) à une trace écrite plus concise témoignage de l'acquisition du nombre (6).

Voici des exemples de productions écrites issues de ce type de situation :



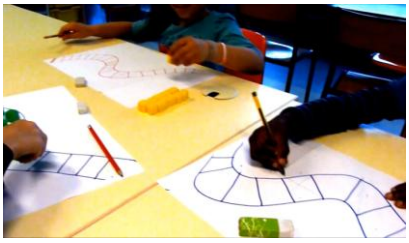
Le professeur a donc modifié le scénario d'origine. C'est dans ces premières productions d'écrits que le concept de nombre va prendre consistance. Par ces productions, l'élève prend progressivement conscience que la conservation de l'information passe par l'élaboration d'un code d'abord personnel, puis, plus tard commun. L'abandon des écritures "primitives" du type 123456 au profit de 6 constitue l'appropriation du nombre.

En d'autres termes, un concept naît (le nombre, ou plutôt les premiers nombres) ; on sait qu'il est d'abord fragile (non conservation des quantités à cet âge), mais il apparaît dans un système sémiotique comme solution à certains problèmes posés. Dès lors, une écriture (primitive) va être objet de découvertes, de progrès par confrontation des écrits. L'entrée dans l'écrit trouve là une utilité avérée parce que le sens commande les travaux d'écriture. Le travail réflexif sur ces écritures va développer la construction des premiers nombres. Plus tard, l'écriture (ultérieure ou/et contemporaine de l'activité) définitive du nombre constituera un code commun auquel on adhérera, pour des raisons sociales, selon des processus qui ont été largement étudiés.

Le nombre comme solution à un problème de positionnement

Une autre famille de situations relative aux premiers nombres mérite d'être étudiée. La situation fondamentale est la suivante : chaque enfant dispose d'une piste dessinée sur une feuille de papier A3. Le professeur distribue à chacun une collection de jetons. L'élève doit marquer d'une croix la case où il pense poser son dernier cube lorsqu'il aura placé tous ses cubes sur la piste (un cube par case) depuis le départ. Pour vérifier s'il a bien placé sa croix, il

dispose alors les cubes. C'est le travail d'anticipation de la position du dernier cube qui est visé. La manipulation effective des jetons servira lors de la vérification.



Analysons précisément cette situation. Les jetons sont distribués en vrac. Une première activité consiste à aligner les jetons sur la piste. Simple manipulation qui permet de comprendre la règle du jeu.

Pour l'activité proprement dite, l'élève va-t-il, de lui-même aligner les jetons distribués en vrac afin de se faciliter la tâche (qui est une tâche d'énumération : ex infra) ? Comment fera-t-il la correspondance entre cette collection et la piste (sans placer les jetons sur celle-ci) pour prévoir la case d'arrivée ? Autant d'observations possibles que le professeur pourra conduire et qui l'informeront sur les connaissances que l'élève met en jeu.

Dès que le nombre de cases dépasse la perception globale, le comptage constitue la solution optimale à la condition que la suite des mots-nombres soit stable et synchrone avec le pointage des jetons.

L'écrit peut-être sollicité. Pour cela il faudra alors modifier la situation : par exemple disposer les pistes ne sont pas là où sont les jetons, donner une information écrite à un autre élève afin qu'il coche la bonne case….

Question de formation

Le type de démarche que nous venons de décrire, de façon parcellaire, permet une construction progressive du concept de nombre. Cela prend du temps et c'est cela que nous avons grand peine à faire comprendre en formation des enseignants. Comment se fait-il que de tels « chantiers » qui doivent durer plusieurs semaines à l'école maternelle soient souvent perçus comme des situations d'un ou de quelques jours, ramenant souvent de tels dispositifs à des situations d'évaluation : il y a ceux qui réussissent et les autres. On comprend bien qu'au-delà de la construction de telles situations, c'est tout le rapport du professeur à son métier qui est en cause. Qu'est ce qui fait que tel professeur acceptera que les élèves soient confrontés plusieurs fois au même problème sans penser un instant que qu'ils s'ennuieront ? Il faut pour cela bien faire la distinction entre ce qui fait intérêt pour le professeur dans une situation mathématique et ce qui fait intérêt pour l'élève. Or plus les savoirs sont « simples » plus le professeur a tendance à considérer qu'il suffit de dire le savoir pour que celui-ci soit acquis. D'où la tentation de faire de telles situations un simple prétexte d'un ou de quelques jours pour annoncer le savoir.

Réorganiser l'enseignement des savoirs pré-numériques

Nous avons montré en quoi la construction d'un milieu d'apprentissage des premiers nombres nous semblait être la tâche essentielle du professeur. Intéressons nous maintenant aux difficultés que peuvent rencontrer des enfants dans une tâche de dénombrement.

Pour dénombrer convenablement une collection d'objets (déplaçables ou non), l'enfant doit pouvoir « passer en revue » chacun des éléments de la collection sans en oublier, sans en

considérer un plusieurs fois. On notera que cette activité est plutôt de nature spatiale. C'est ce que nous appelons une tâche « d'inventaire ». Pour cela, il doit mettre en œuvre une connaissance que nous appelons énumération qui est nécessaire au comptage mais qui ne s'identifie pas à celui-ci. Or, des difficultés dans le comptage en cours préparatoire sont imputables à des difficultés à réaliser la tâche d'inventaire. Ce constat montre que, dans l'enseignement, le professeur doit enseigner des savoirs en s'appuyant sur des connaissances qui ne sont pas enseignées.

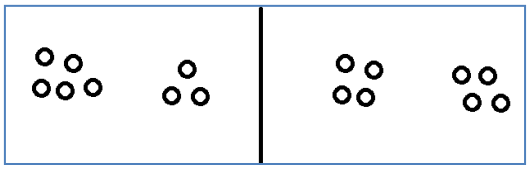
Une des tâches de l'école maternelle peut donc être de préparer les élèves à tout ce qui peut constituer les ingrédients nécessaires à une bonne maîtrise des nombres : nous avons vu l'entrée dans les premiers écrits numériques nous voyons maintenant l'entrée dans les pratiques énumératives qui permettront des activités écrites de marquage : en effet, pour être efficace dans le comptage du nombre d'éléments d'une collection, un enfant a tout intérêt à marquer au fur et à mesure les éléments déjà comptés. Il ne s'agit pas d'un simple savoir-faire mais est la solution écrite au problème posé dans une situation d'énumération. Il y a là tout un domaine d'activités propre à l'école maternelle. Nous voyons là se dessiner une progression sur les trois années de l'école maternelle [BRIAND-SALIN 2004].

Jusqu'où aller en maternelle à propos du nombre ?

La tendance actuelle à élémentariser l'école maternelle pousse les professeurs à faire travailler trop tôt sur de grands nombres, voire sur la numération. Or la numération suppose un travail très élaboré sur le signe : comprendre que 18 est synonyme de 10+8, ne pas se contenter de réciter cette égalité mais s'en servir dans une action sont des savoirs et des comportements difficiles à acquérir On sait que ce travail prend du temps au cours préparatoire. Vouloir engager les enfants dans un tel travail en grande section révèle de mon point de vue une ignorance des questions d'ordre sémiotique qui se posent alors.

Pour autant, qu'est-ce qui peut-être utile à travailler en amont à l'école maternelle ?

Le travail sur la numération supposera que l'élève donne du sens à une production écrite (18) : le 1 signifiant autre chose qu'un « 1 » et le 8 signifiant le « 8 »… Toujours dans cette démarche de l'entrée dans le monde des signes, beaucoup d'enfants sont en difficulté pour reconnaître que les deux collections suivantes sont équipotentes :



Ce qui rendra difficile l'identification du couple (5,3) au couple (4,4) lors de la genèse de l'addition. On comprend que l'identification d'un nombre à une disposition particulière (domino) doit être maniée avec prudence puisqu'il y a risque de « fossilisation » des images mentales.

Un travail en grande section consisterait donc à proposer à des enfants une écriture comme 5 3 (l'utilisation du signe + est ici superflue) afin qu'ils aillent chercher une collection représentée dans une autre configuration que 5 3 mais plutôt 4 4 ou 6 2, etc. Ce travail préparerait à la lecture d'un mot (5 3) et attribue à chacun des signes un rôle spécifique, ce qui sera bénéfique pour la construction de la numération au cours préparatoire[9].

[9] Voir l'activité dite « le bon panier » dans BRIAND-SALIN-LOUBET 2004.

La progression sur les trois années commence à se préciser.

L'écrit et l'écriture

Les programmes actuels spécifient « *L'apprentissage du tracé des chiffres se fait avec la même rigueur que celui des lettres.* ». C'est bien sûr une étape importante : mais elle est, comme nous l'avons vu, l'aboutissement de tout un travail d'évolution de signes pour désigner une quantité. Le signe retenu par l'ensemble de la classe est celui que l'on trouve dans les écrits qui nous environnent. Ils doivent alors être écrits correctement.

Les nouveaux outils

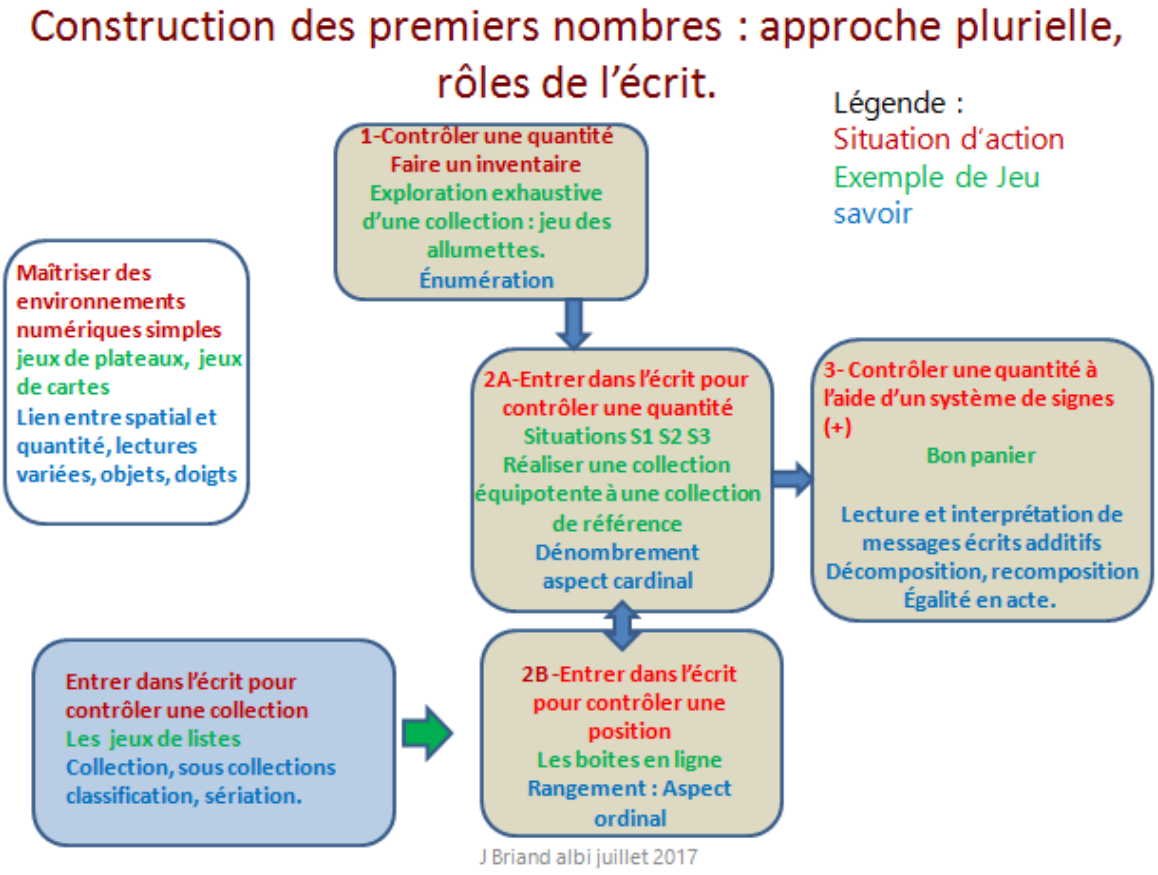
Pour avoir conduit des recherches sur l'aide aux apprentissages pré-numériques et numériques à l'aide de logiciels (« A nous les nombres »), il nous est possible de conclure que, dans des conditions bien précises qui assurent que la scène lue par l'élève sur l'écran a bien du sens, et que le logiciel est conçu pour recréer les conditions d'un apprentissage par adaptation, alors cet apport est bénéfique. Mais, même si nous ne partageons pas complètement son avis, nous restons sensibles à ce que déclare Serge Tisseron [TISSERON 2013] : pour lui, très clairement, les écrans ne sont pas indispensables à l'école entre 3 et 6 ans, à la maternelle. Il lui semble plus essentiel de favoriser le jeu et le « faire-semblant » comme support de compréhension du virtuel. Il donne la règle du « 3-6-9-12 » – « Pas de télévision avant 3 ans, pas de console de jeux personnelle avant 6 ans, pas d'Internet avant 9 ans et Internet accompagné jusqu'à l'entrée en collège, vers 11-12 ans ».

En conclusion

Les savoirs mathématiques de l'école maternelle sont des outils familiers aux adultes. Leur remise en perspective en tant que solution à des problèmes attrayants que l'on poserait à des élèves nécessite un recul, une formation professionnelle avérée. Prise en sandwich entre des pratiques sociales qui évoluent (cf les jeux traditionnels) en abandonnant des jeux pourtant utiles pour le futur de l'enfant et une élémentarisation rampante (enseignement inutilement précoce des plus grands nombres et de la numération), l'école maternelle doit affirmer sa place dans la construction des premières mathématiques.

Nous avons volontairement détaillé des étapes importantes et esquissé une progression qui montre tout ce que l'école maternelle peut prendre en charge dans les domaines du pré-numérique et du numérique. On a vu en quoi l'école maternelle pouvait être le lieu où des enfants apprennent à prendre de la distance entre l'intention de l'action, l'action et le résultat de cette action à condition qu'une réflexion puisse être conduite sur la place du matériel, la place des déclarations orales, la place des écrits. On a vu aussi en quoi des déficits de formation pouvaient conduire des professeurs à confondre l'enseignement de la règle d'un jeu et le déroulement du jeu lui-même, à donner dans la consigne la solution du problème. Ces déficits sont plus visibles à l'école maternelle parce que les savoirs à enseigner sont tellement « déjà là » pour un adulte qu'il semble qu'il suffise d'une imprégnation comme il en va de l'apprentissage de la langue native. Or des a priori tenaces subsistent : « Pour savoir compter, il n'y a qu'à compter ! ». Les professeurs de l'école maternelle doivent donc être aidés, confortés par des programmes actualisés, dépoussiérés, par des documents d'accompagnement qui les encouragent à mettre en œuvre des situations d'apprentissage qui couvrent bien souvent plusieurs domaines, par des évaluations plus fondées sur des

observations fines que sur des écrits décontextualisés et déresponsabilisants. Faute de cela, les savoirs resteront cloisonnés, les évaluations suivront ce cloisonnement et les pratiques ne pourront que se scléroser.



Bibliographie

BRIAND J. (1999). *« Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques.»*. Recherches en didactique des mathématiques, vol. 19, n° 1, p. 41-76.

BRIAND J., LACAVE-LUCIANI M.-J., HARVOUET M. (2000). *« Enseigner l'énumération en moyenne section »*. Grand N. Spécial maternelle : approche du nombre. Tome 1, *p. 123-138.*

BRIAND J., SALIN MH, LOUBET M. (2004) "mathématiques en maternelle » CDROM Hatier.

BRISSIAUD R. (1989) *"Comment les enfants apprennent à calculer ?*" RETZ, Paris.

GARCION-VAUTOR L. (2002) « L'entrée dans le contrat didactique à l'école maternelle » RDM Vol. 22, n°2.3, pp. 285-308

BROUSSEAU G. (1997). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BRUN J. (1994) « Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques ».in *"Vingt ans de didactique des mathématiques en France*" (Artigue, Gras, Laborde, Tavignot). La pensée sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (2002). « Organiser l'étude. 1) Structures et fonctions. 2) Écologie et régulations ». In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue *et al.* (dir.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 3-22 et p. 41-56.

CONNE F. (1993) "Savoir et connaissance" *Recherches en Didactique des Mathématiques* : RDM vol 12/2.3 la pensée sauvage Grenoble.

DEHAENE S. (2010). *La bosse des maths : quinze ans après*. Paris : Odile Jacob.

DESCAVES A. & VIGNAUD S. (2006). « Activités numériques à la maternelle » Paris : Hachette éducation.

FAYOL M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris : PUF, coll. « Que sais-je ? ».

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F.. (2012) *«* Le nombre à l'école maternelle, une approche didactique » Bruxelles : De Boeck, , 130 p.

MARGOLINAS C., WOZNIAK F., CANIVENC B. *et al.* (2007). *« Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît. Le cas de l'énumération de la maternelle… au lycée* ». Bulletin de l'APMEP, *n° 471, p. 483-496.*

MARTIN F. (2003). *« Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle* ». SCEREN CRDP Aquitaine.

MELJAC C. (1979) *« Décrire, agir, compter : l'enfant et le dénombrement spontané* ». PUF

MERCIER A. (2010) « Pédagogie et didactique ». In A. van Zanten (dir.), *Dictionnaire de l'éducation*. Paris : Seuil.

REBIERE M. (2012) Cours 4 de la 16° école d'été de didactique des mathématiques : *« S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? »*

TISSERON (2013) *« Apprivoiser les écrans et grandir »* Erès ed.

VERGNAUD G. (1990). *« La théorie des champs conceptuels* ». Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10(2.3), p. 133-170.