Les mathématiques aux CP, CE1, CE2

Enseigner par le résolution de problèmes

Paris

le 14 Novembre 2018

ddm.joel.briand.free.fr

operation.maths.free.fr

Equipe
Opération maths

Avertissement

- Ce document est mis à la disposition des personnes ayant assisté à l'exposé.
- Une lecture de ce document effectuée sans avoir assisté à l'exposé peut entraîner des incompréhensions ou/et des malentendus.
- Les extraits vidéos ne sont pas inclus.

Plan

- Première partie :
  - Préambule, Qu'est ce que « faire des mathématiques »?
  - Les débats actuels
- Deuxième partie
  - Enseigner par la résolution de problèmes : un exemple dans le cadre géométrique
  - Problèmes, situations problèmes, situations par adaptation
- Troisième partie
  - Point de vigilance : numération-addition
- Quatrième partie
  - Point de vigilance : droite numérique
- Cinquième partie
  - Algorithmes évolutifs
- Conclusions

Première partie

Pour mieux se comprendre :
Deux activités comparées en CP

9 jetons dans la boite.

On en enlève 5.

On compte le nombre de jetons qui restent dans la boite.

Ecrit bilan: 9 – 5 = 4

9 jetons dans la boite.

On en enlève 5.

On ferme la boite. Les élèves prévoient , en écrivant, le nombre de jetons qui restent dans la boite.

Ecrits personnels.

Ecrit bilan : 9– 5 = 4

L’illusion entretenue de la même séquence de classe parce que le même écrit est affiché.

Mais deux formes différentes de rapport au savoir.

Deux formes différentes de rapport à l’écrit .

Même milieu de référence ; milieu d’apprentissage différent.

- Le fait que le centre d’intérêt soit celui des signes fait que l’expérience va se déplacer **d’un milieu matériel à un milieu fait de signes écrits.**
- La réponse à « combien il y en a dans la boîte » ne se construit plus dans le milieu matériel, mais se génère progressivement dans un milieu formel de signes.
- Les connaissances ainsi construites (devenant formulables en savoirs) sont des réponses à un problème de prévision.

Alors, qu’est-ce que faire des mathématiques ?

- Mathématiser c’est construire un modèle (produit par un langage : i.e. « moyen d’objectiver et de développer la pensée. ») en vue d’exercer un contrôle sur un milieu (souvent matériel en début de scolarité).
- **Le milieu matériel permet de donner du sens à la tâche à accomplir qui est de modéliser et prévoir. Il joue son rôle lors de phases de vérification.**
- La manipulation est donc un terme à prendre avec précautions : quelle est sa place ? son rôle ? Comprendre le jeu, prévoir puis vérifier..
- **On est loin de la vieille lune : «** phase concrète, phase imagée, phase abstraite »

Face aux rétronovateurs, rester professionnels, exiger une formation solide

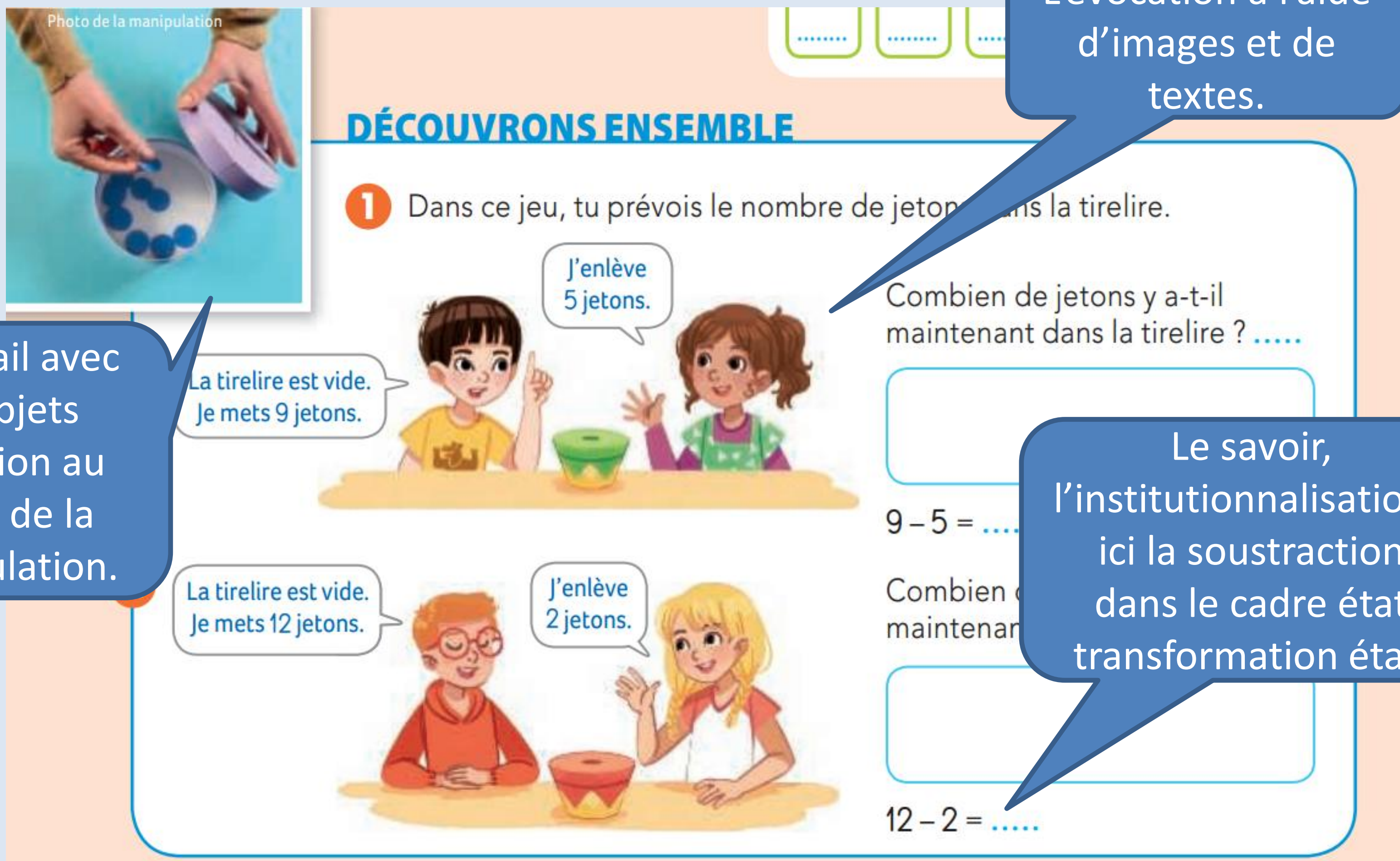
- Ne pas devenir des exécutants à qui on imposerait des procédures de plus en plus standardisées.

- Ne pas externaliser systématiquement les démarches d'aides aux élèves en difficulté : l'hétérogénéité est un fait.

- Rester vigilants à l'égard de pratiques « miroirs aux alouettes » s'inscrivant dans *« une veine pseudo-scientifique très en vogue actuellement, qui nous enjoint au « plaisir » et à l'«épanouissement » en combinant aléatoirement ergonomie, neurosciences, métaphysique, sagesse orientale ou encore économie et management. » LAURENCE DE COCK 27 MAI 2017 Médiapart.*

- L'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, pour des raisons diverses, s'est de moins en moins appuyé sur des manipulations d'objets. Le merchandising actuel : « méthode de Singapour », « méthode Montessori », etc. profite de ce « vide » à propos des manipulations pour laisser croire à des découvertes récentes en *« sacralisant le bricolage»* et drainer des enseignants soucieux d'améliorer leur enseignement.

L’appui sur un manuel



L’évocation à l’aide d’images et de textes.

Le travail avec les objets Attention au statut de la manipulation.

Le savoir, l’institutionnalisation : ici la soustraction dans le cadre état transformation état.

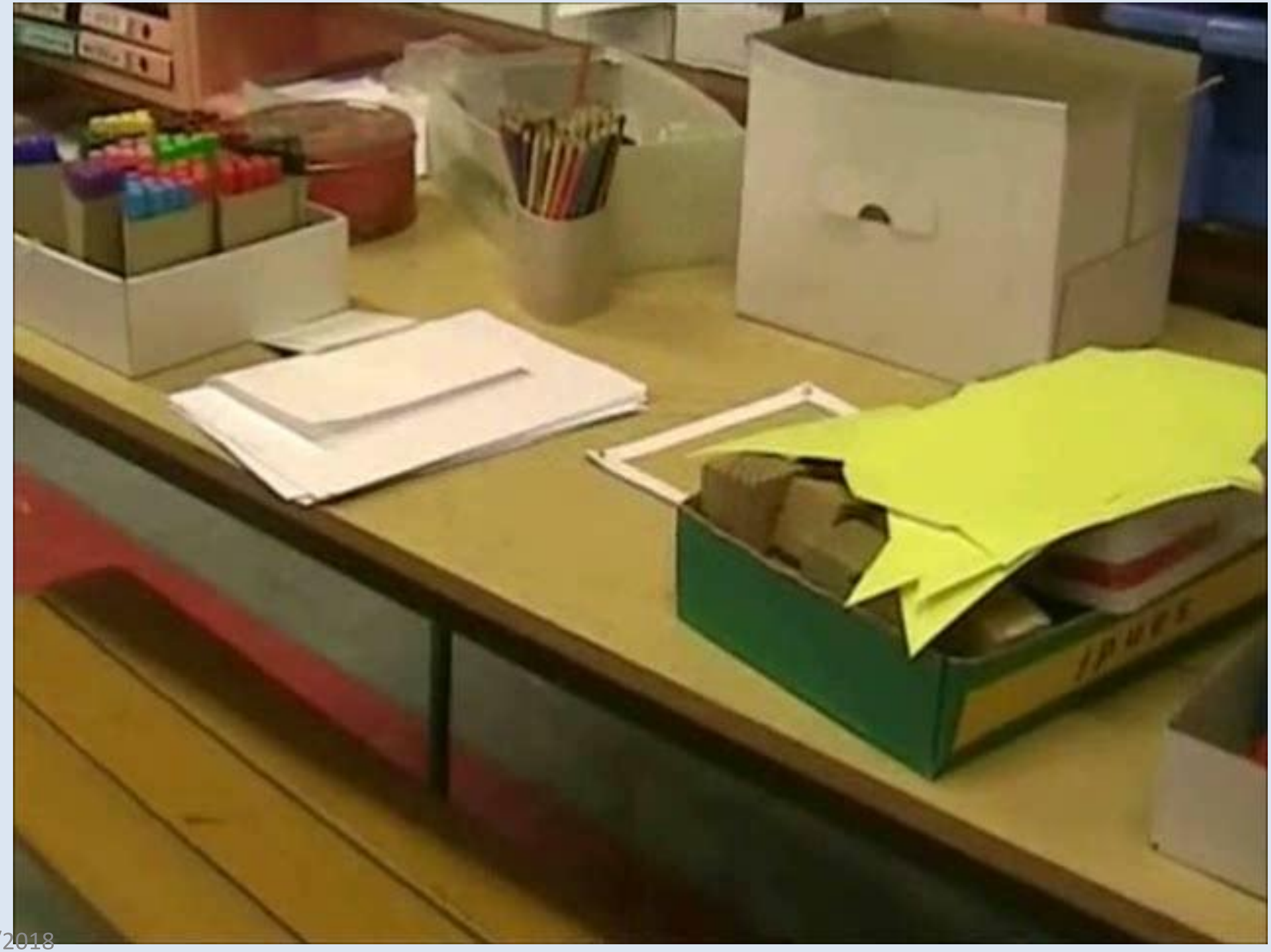
Deuxième partie

Mettre en scène des situations d'apprentissage

« qui posent problème » à des moments clés.

Un exemple en géométrie en CE2

Une étude en CE2



Premières vérifications


ZOZZO

- Le carré à construire (carré objet, angle droit outil, puis objet) : Échec attendu en CE2 lors de la première séance.
- Découvrir les contraintes spatiales (travail sur micro-espace)
- Quelle géométrie ? (de la perception instrumentée à des débuts de raisonnement déductifs).

Inclure des moments d’**institutionnalisatio**n des savoirs acquis

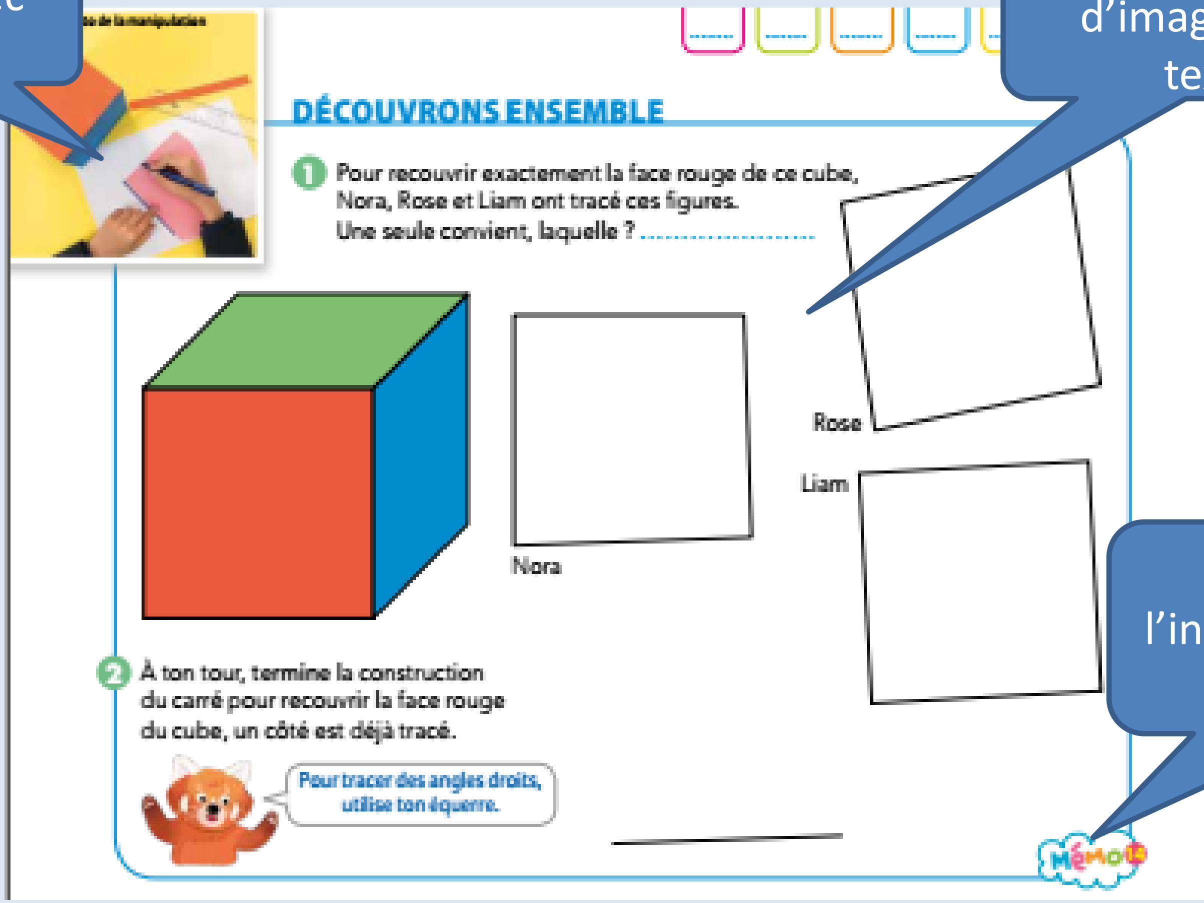
- **Phase de bilan collectif**
- **En situation scolaire, un processus didactique « constructiviste » ne peut pas aboutir et même ne peut se poursuivre en l’absence d’institutionnalisations et d’entraînement.**

Liens avec le manuel

Toujours la même démarche

Le travail avec les objets

L’évocation à l’aide d’images et de textes



Le savoir, l’institutionnalisation : ici l’angle droit.

Proposer des situations d'apprentissage par adaptation

Il s'agit de construire des dispositifs adaptés à l'âge, aux connaissances, et aux intérêts des élèves concernés et qui abordent plusieurs types d'enjeux :

-Enjeux de savoirs : Construire des milieux à enjeux dans lesquels le savoir visé est la solution optimale au problème posé. Les enfants y progressent. Ils peuvent se rendre compte par eux-mêmes de leurs erreurs.

Or : « plus les élèves sont en difficulté plus on les plonge dans du déjà fait, du déjà vu, de l'entraînement. » rapport sur l'individualisation (CNESCO sep 2016)
:http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2016/09/160926-Inegalites-scolaires.pdf

-Enjeux langagiers : la production de signes permet de concevoir un monde, de décontextualiser, de dépersonnaliser. (cf : la secondarisation).
-Enjeux sociaux : à un moment donné, l'élève aura à écouter, à lire l'autre.
-Enjeux éthiques : engagés dans une telle situation, les élèves cherchent à savoir, à comprendre et accepter l'action d'autres élèves.

Caractéristiques de ces situations

• Y a-t-il bien un problème posé aux élèves ou ont-ils seulement à appliquer une consigne?

• L'utilisation de la connaissance est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves?

• L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée?

• Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué? (Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions interprétables par l'élève?)

• La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir?

• L'organisation de la situation permet-elle :

- À chaque enfant d'être confronté au problème et de faire des tentatives ?
- L'échange et la confrontation des points de vue ?

Pourquoi cette approche reste difficile à faire partager ?

- Le système,
  - Les programmes 2008 ont mis en évidence des tensions, sources d'obstacles à des réformes pourtant possibles : *(charges inutilement lourdes : produit de 2 décimaux en CM2).*
  - Les repères de progressivité actuels, en dehors de leurs errements *(cercle au CP, etc.)* étaient-ils nécessaires pour étayer les programmes de 2016 ?
- Le professeur :
  - Peu d'outils pour mettre en scène des situations d'apprentissage par adaptation au sein d'une progression
  - L'idée que ce type d'approche serait réservé à une élite; se dégager de la « pédagogie spontanée » qui consiste à préconiser les tâches de manipulation (de type 1) pour les élèves étiquetés en difficulté, et à enseigner des procédés.
  - L'idée de ne pas ennuyer les élèves donc de faire un peu de tout chaque jour, donc de renoncer à une « ouverture de chantier »
  - Difficulté personnelles liées aux mathématiques à enseigner *(l'exemple de la soustraction)*

Fréquence de ces situations

Ces situations « clés » sont suivies de séquences de classe au cours desquelles l'élève aura à :

identifier les savoirs acquis

apprendre et retenir

s'entraîner

- Elles n'excluent par les situations d'apprentissage par familiarisation
- C'est au professeur de faire des choix en fonction de sa classe.

Les élèves en difficulté

- Les élèves en échec électif en mathématiques sont peu nombreux
- Difficulté en lecture : grosses conséquences si le professeur réduit l'activité mathématique à la consommation de fichiers.
- 80% des élèves en difficulté sont des élèves qui n'ont pas compris la numération
- Leur détection doit s'effectuer le plus tôt possible sinon risque de perte de l'estime de soi.

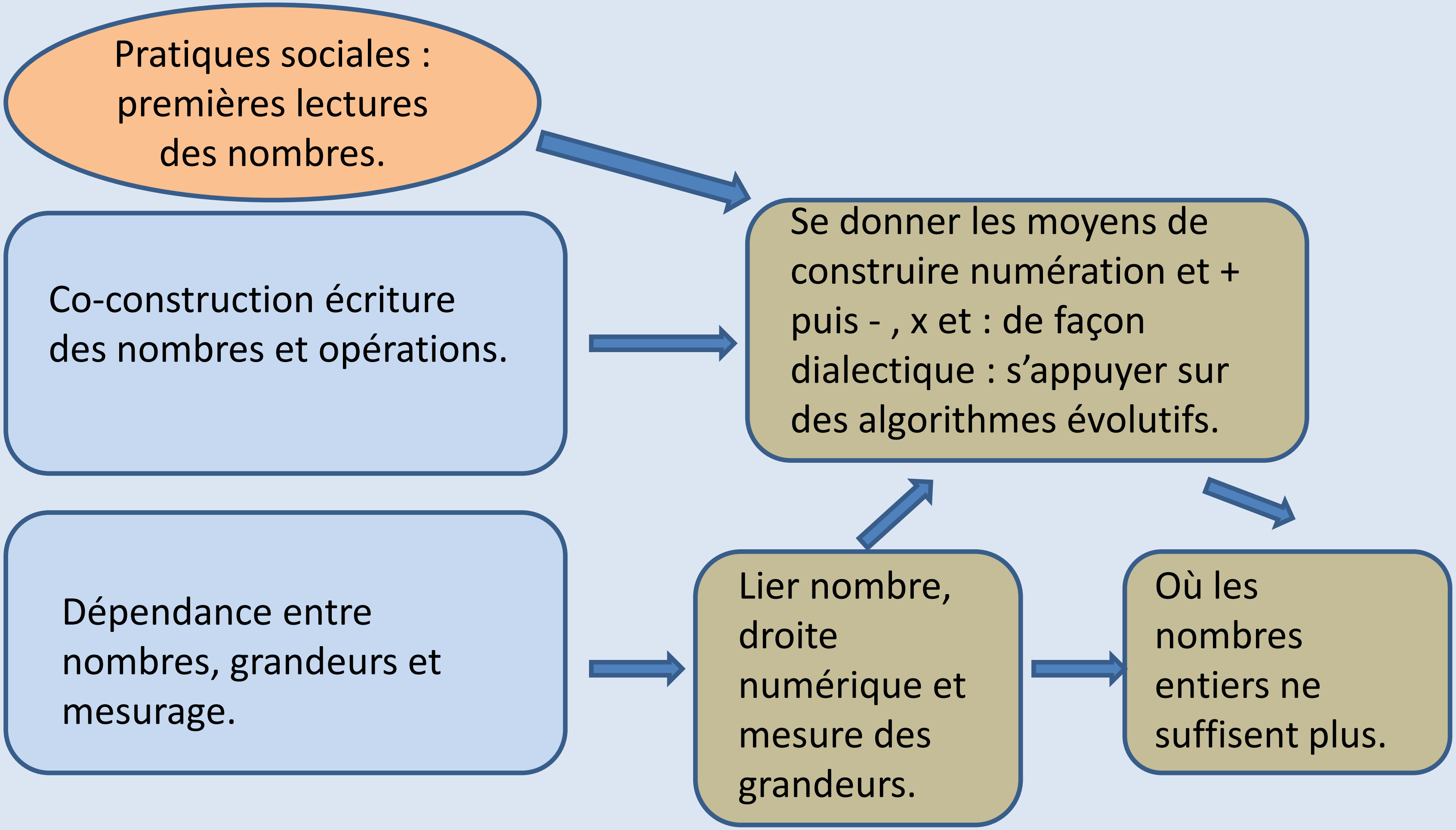
Qu’est ce qu’un problème ?

- *« Un problème est généralement défini comme une situation initiale, avec un but à atteindre, demandant au sujet d’élaborer une suite d’actions ou d’opérations pour atteindre ce but. Il n’y a problème que dans un rapport sujet/situation où la solution n’est pas disponible d’emblée, mais possible à construire. C’est dire aussi qu’un problème pour un sujet donné peut ne pas être un problème pour un autre sujet, en fonction de leur niveau de développement intellectuel par exemple. »*

  - Jean BRUN, revue Math-École n° 141, Institut de mathématiques
    - (Neuchâtel).

Troisième partie

Points de vigilance : numération-addition.



Plan pour le tour d’horizon

Pratiques sociales : premières lectures des nombres

Se donner les moyens de construire numération et + puis - , x et : de façon dialectique : s’appuyer sur des algorithmes évolutifs.

Co-construction écriture des nombres et opérations.

Dépendance entre nombres, grandeurs et mesurage.

Lier nombre, droite numérique et mesure des grandeurs.

Où les nombres entiers ne suffisent plus

La numération-addition en CP-CE1-CE2

Accès à la numération

Les «principes organisateurs» déterminants

- Il est classique de voir un élève lire l'étiquette « 18 » en énonçant « dix-huit » et considérer simultanément que 18 c'est 1 + 8 (donc c'est 9 !) sans voir l'incompatibilité entre ces deux lectures.
- On constate donc que ce signe « 18 » a une signification pour l'élève qui n'est pas « stable »
- Pour que l'élève s'approprie la signification souhaitée de ce « signe », un discours magistral n'est pas suffisant.
- Objectif construire des situations qui permettent cette appropriation et accompagne ce changement d'interprétation des signes également connus « 1 » et « 8 ».

Extraits de cette situation d’évaluation

- Le travail sur la « dizaine » est donc fondamental
  - Travail avec du matériel
  - Travail sur les écritures chiffrées
  - Mais aussi travail sur des écritures additives

  « combien de dizaines dans 3+6+4+5+7+4+5 ? »

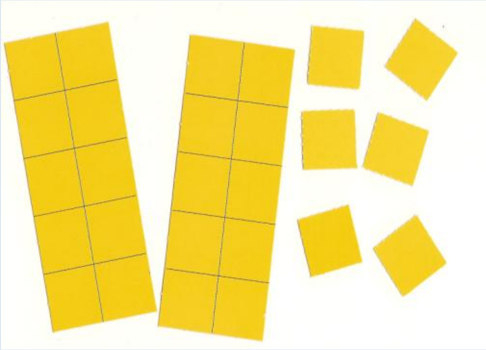
Première phase
(Jeu de la dizaine)

La dizaine

- Chaque joueur lance un dé. Pour chaque point marqué, il obtient un carreau jaune. À chaque fois qu'il peut regrouper 10 carreaux, il les remplace par une plaque de 10.
- Dix ▢ contre une ▦

Pour calculer ce score, les élèves peuvent utiliser plusieurs niveaux de procédures :

- Compter une par une chaque case jaune
- Compter les plaques de 10 (en disant : « dix, vingt ») puis compter un par un les cases jaunes
- Compter les dizaines en disant 1, 2 puis compter un par un les cases jaunes
- Utiliser directement la symbolisation 20+ 6 = 26



Donc faire évoluer le matériel

Le comptage un par un de toutes les cases jaunes n’est plus possible. Le but à terme est que les élèves « lisent » ce matériel « 3 dizaines et 4 unités donc 34 »

Construction conjointe de la numération et de l'addition

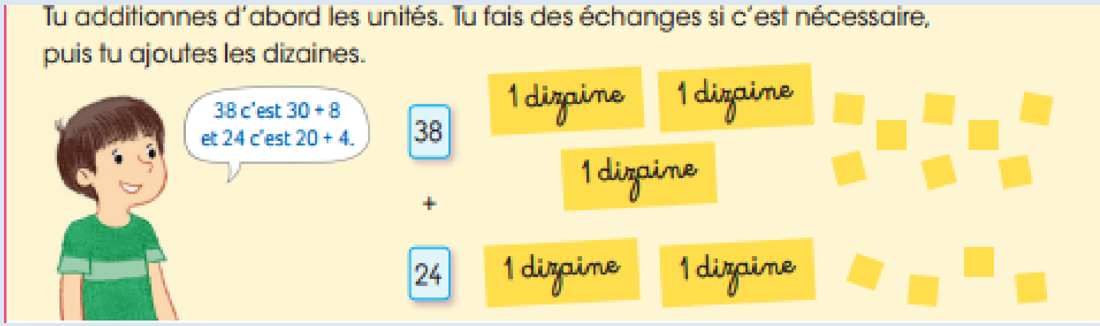
« Les opérations arithmétiques sont introduites dans le cadre de la résolution de problèmes dont elles sont un outil de modélisation. »

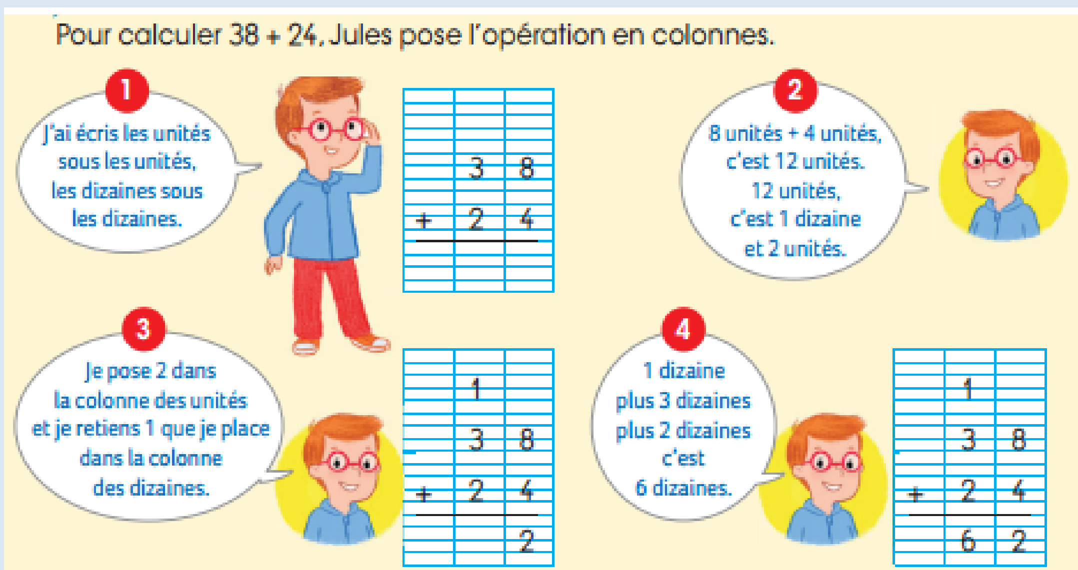
Même démarche

Puis plus tard

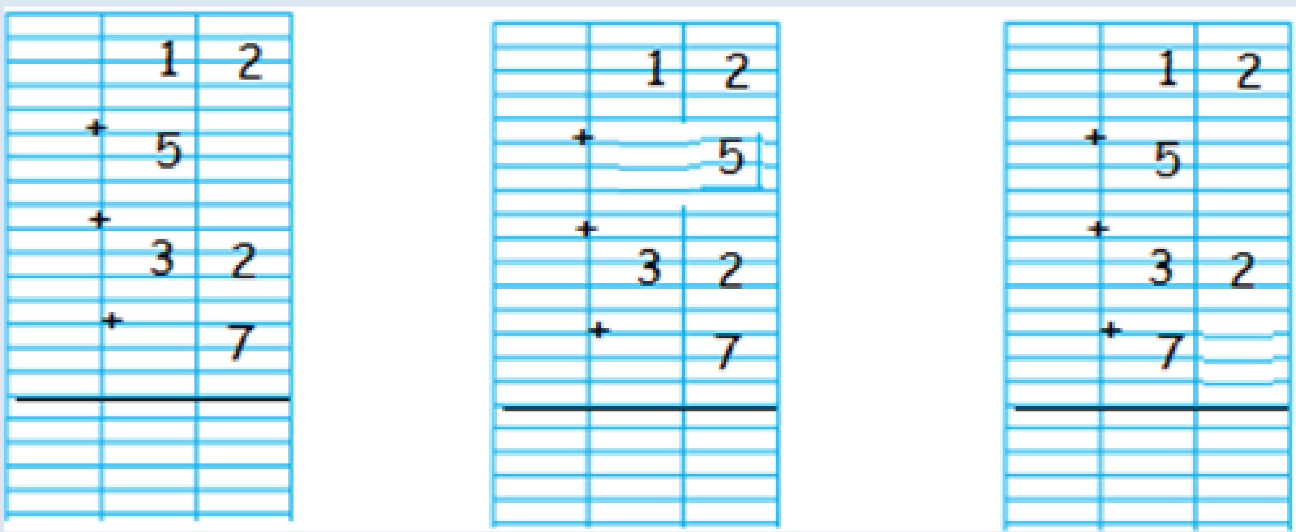
$$\begin{array}{r} 37 \\ +\;25 \\ \hline 12 \\ +\;50 \\ \hline 62 \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} {\scriptstyle 1}\;\; \\ 37 \\ +\;25 \\ \hline 62 \end{array}$$

L’addition en colonne au CP





Fin de CP : s’assurer du bon contrôle de l’addition en colonne



Travail sur les écritures chiffrées dès le CP

Complète.

56, c'est ...... dizaines et ...... unités.

63, c'est ...... unités et ...... dizaines.

4 dizaines et 9 unités, c'est ....

7 unités et 2 dizaines, c'est ....

Réinvestissement dans des contextes sans matériel

Avec 34 chocolats, combien de boîtes de 10 chocolats peut-on remplir ?

On peut remplir .... boîtes et il reste .... chocolats.

En même temps : travail sur la piste des nombres dès le CP.
La présenter sous forme d'un tableau ; place du 0.

DE L'ORAL À L'ÉCRIT

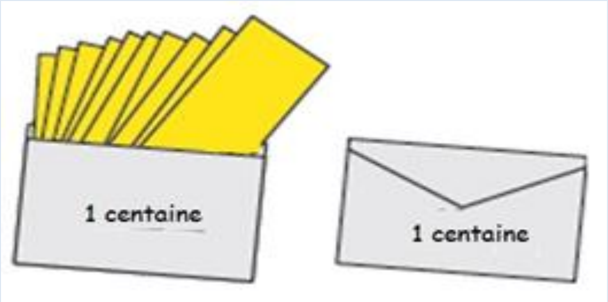
Tu apprends à écrire la suite des nombres dans un tableau.

	1	2	3		5	6	7	8	9
10							17		
20						26			
		32							
									49
	61					66		68	

1. **Écris** les nombres dans les cases bleues.
2. **Dessine** la case où placer le nomb 0. **Écris**-le.
3. **Écris** les nombres dans les cases roses.
4. **Écris** en vert les nombres dont le chiffre des unités est 4.
5. **Écris** en bleu les nombres dont le chiffre des dizaines est 5.

Mémo 16

En CE1 extension du champ numérique : la centaine

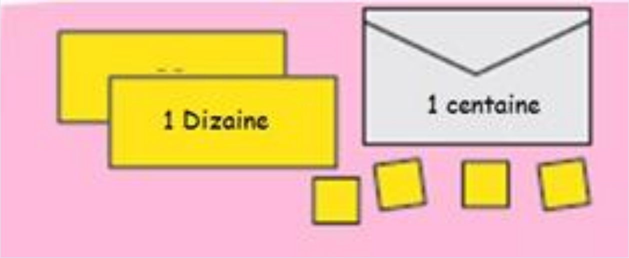


Un exemple en CE1:

Le jeu de la centaine

1 centaine, c’est 10 dizaines

c’est 100 unités



100 + 10 + 10 + 4

1 centaine, 2 dizaines et 3 unités

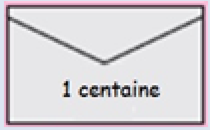
124

Mais aussi

2 dizaines, 1 centaine et 3 unités

12 dizaines et 3 unités

Le tableau de numération: un outil

centaines	dizaines	Unités
		
		245
	24	5
2	4	5

- Il est nécessaire d’avoir compris le système d’écriture chiffrée pour passer au calcul.

  par exemple erreurs relevées en CE2

- Pour ces deux calculs

  2000+300+40+7

  2000+40+7

le taux de réussite n’est pas le même

- *En réponse à la question* : pose et calcule 3 0 8 + 6 3

  un nombre non négligeable d’élèves font des erreurs de position

```
  3 0 8
+ 6 3
---------
```

.

Sept mille huit cent quatre-vingts

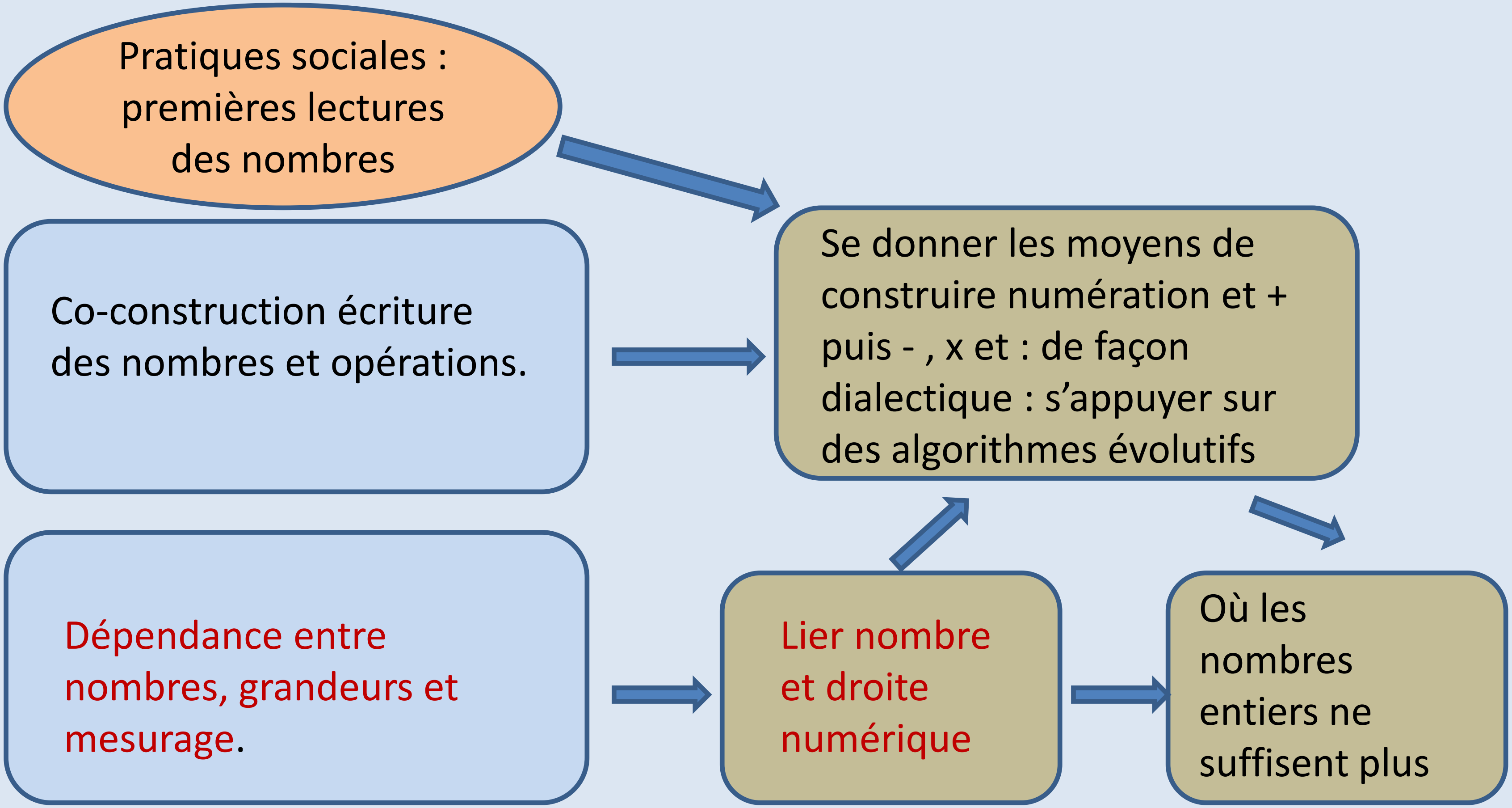
7 1000 8 100 4 20

$$(7 \times 1000) + (8 \times 100) + (4 \times 20)$$

C'est la décomposition « auditive »

- Ces systèmes sont comme des « langues »,
- le fait de passer de l'un à l'autre relève de la traduction et non de la lecture/dictée.

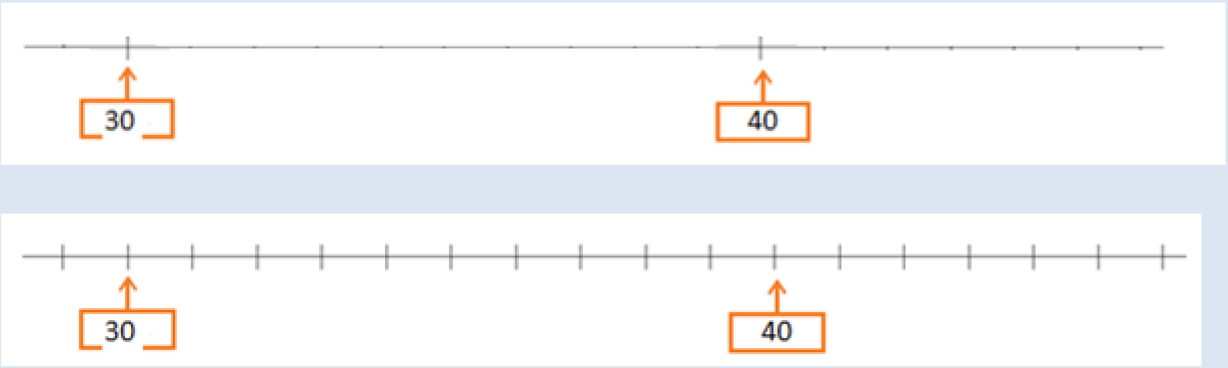
Quatrième partie
Un point aveugle : piste, file, droite



Une image mentale des nombres : file, piste, droite numérique

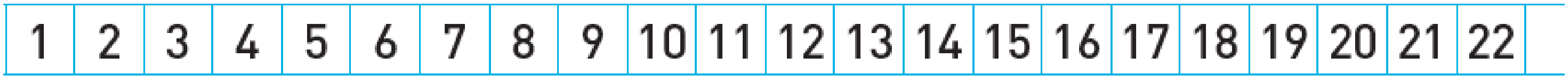
Nécessité de construire une image mentale de la droite numérique

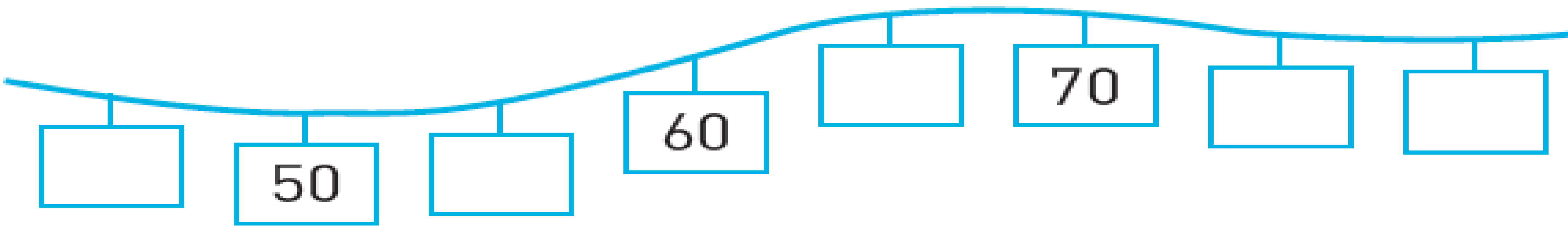
.

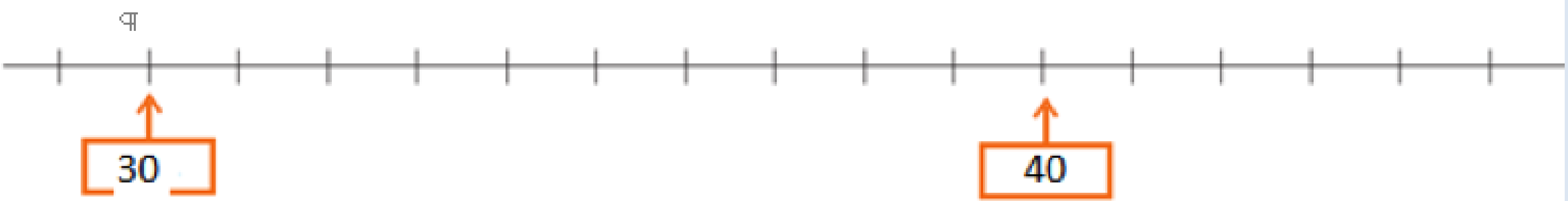


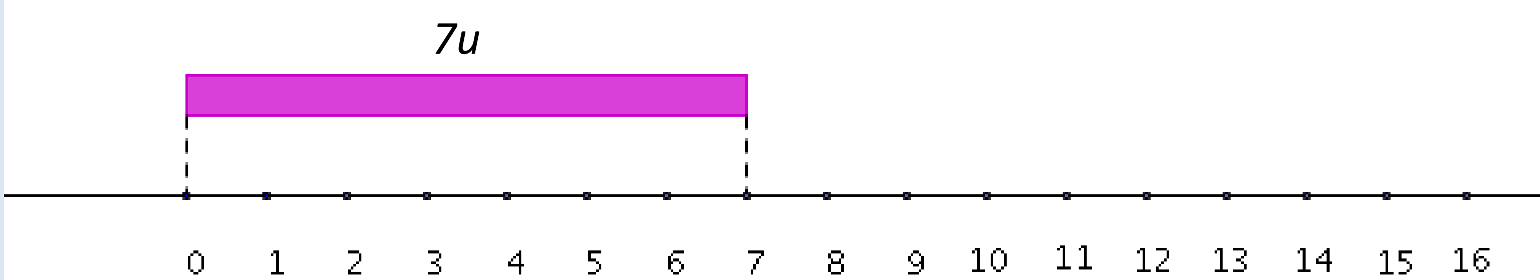
- Travailler le lien entre distance (notion géométrique : nombre de graduations) et écart (notion numérique : l'écart 37-15)
- Permet de donner du sens à
  - « 36 est entre 30 et 40 »
  - « 39 est proche de 40 »
  - « 35 est entre 30 et 40. Il est juste au milieu »
  - « 35 est à égale distance de 30 et 40 »
  - Etc.

Piste, file, droite numérique, double décimètre : du discret au mesurable

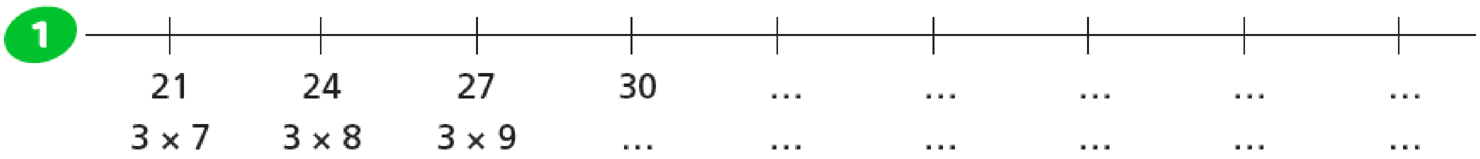








Droite graduée et multiplication

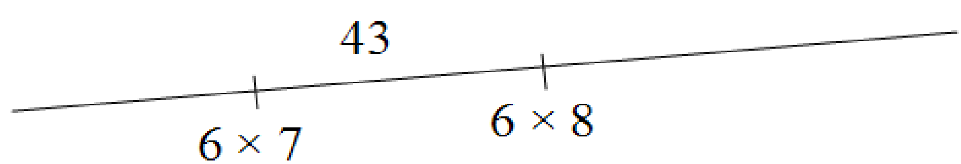


a. Reproduis cette droite graduée de 3 en 3.
Sous chaque graduation, complète avec un nombre et un produit.

b. Place approximativement le nombre 41 sur cette droite.

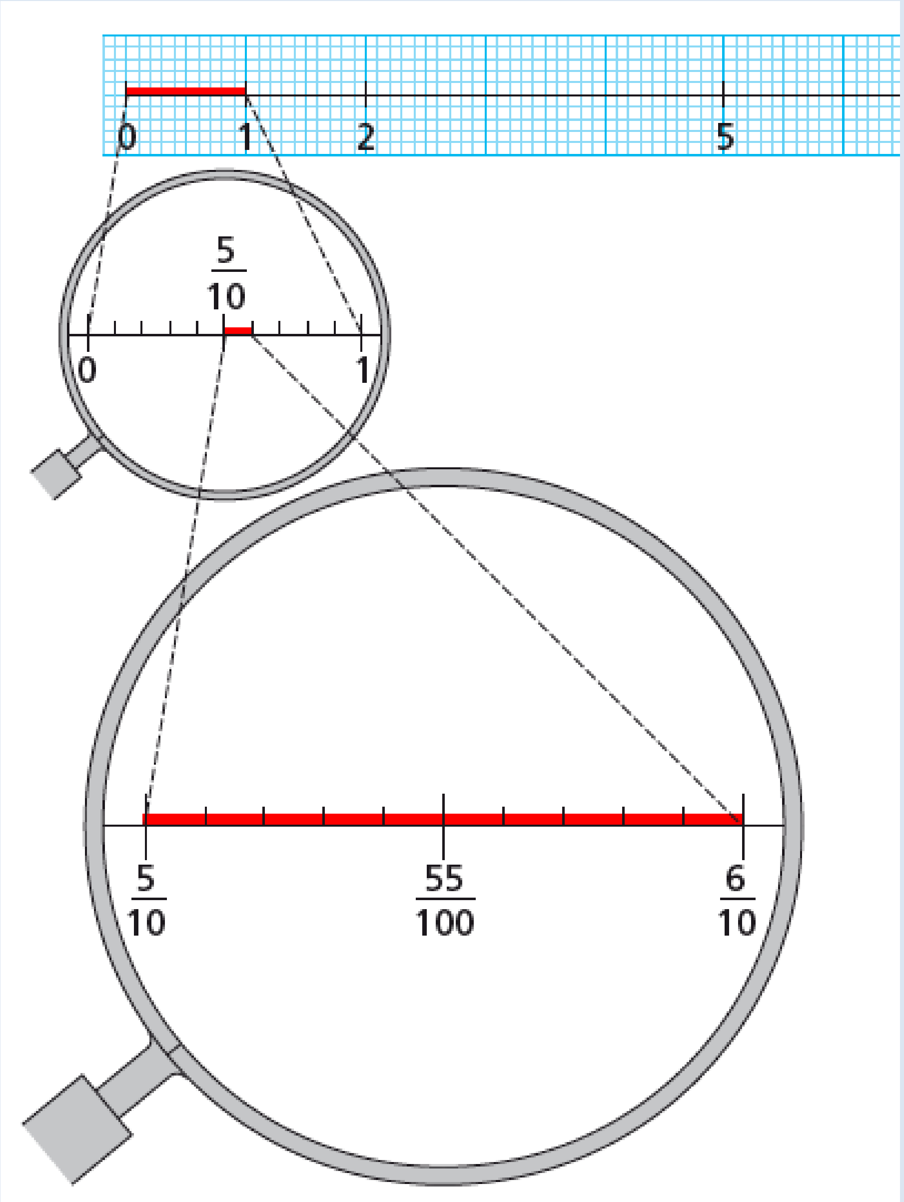
c. Encadre 41 par deux multiples consécutifs de 3 : $3 \times \ldots < 41 < 3 \times \ldots$

Droite graduée et division

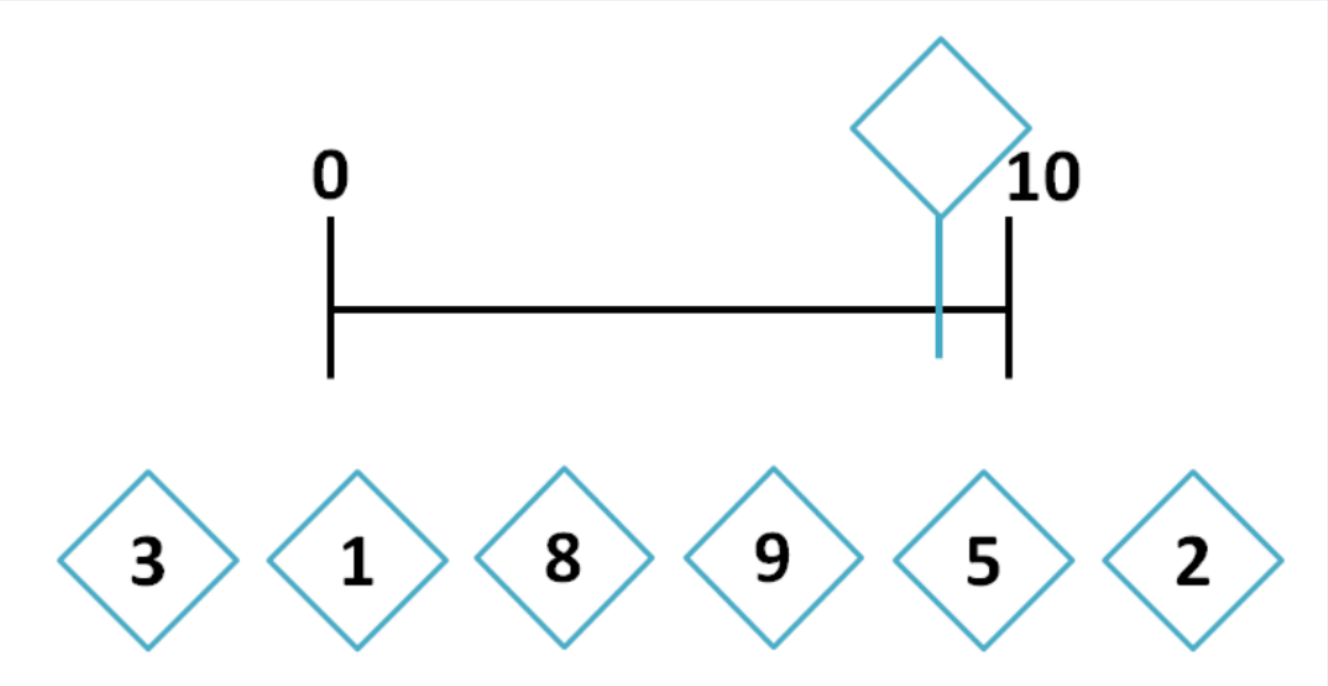


« Quand on encadre 43 par deux multiples consécutifs de 6 et que l'on écrit 43 = (6 x 7) + 1, on dit que l'on fait la division de 43 par 6. Dans cette division, le nombre 7 s'appelle le quotient. C'est le nombre de fois où 6 est contenu dans 43. 1 s'appelle le reste. »

Droite graduée et densité des décimaux



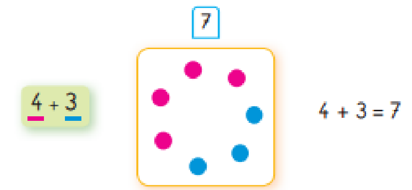
Exercice 6 des repères CP 2018



5 étapes pour la procédure additive

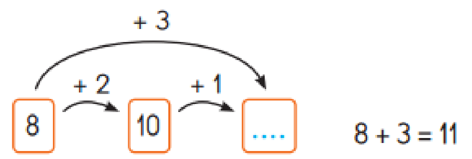
PHASE 1 a + b avec a ≤ 5 et b ≤ 5

PÉRIODE 1 : jeux de doigts, de dés, de La bonne carte (étape 12)



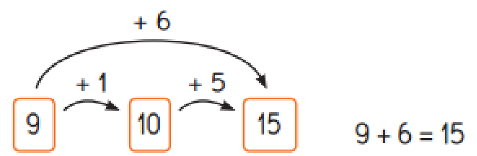
PHASE 2 a + b avec a ≤ 10 et b ≤ 5

PÉRIODE 3 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 72) en s'appuyant sur 10



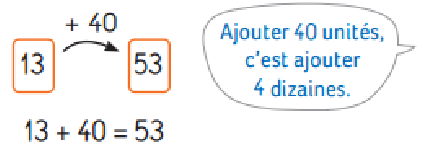
PHASE 3 a + b avec a ≤ 10 et b ≤ 10

PÉRIODE 4 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 86) en s'appuyant sur 10



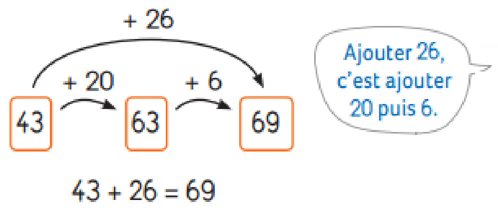
PHASE 4 a + b avec a quelconque et b une dizaine entière

PÉRIODE 4 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 107)



PHASE 5 a + b avec a et b quelconque

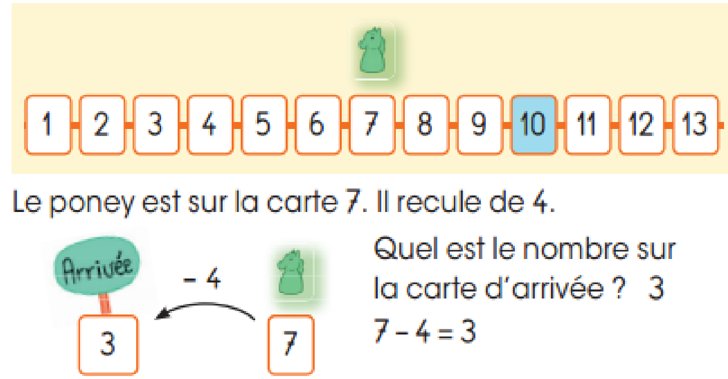
PÉRIODE 5 : généralisation de la démarche d'addition par sauts en décomposant b (étape 116)



4 étapes pour la procédure soustractive

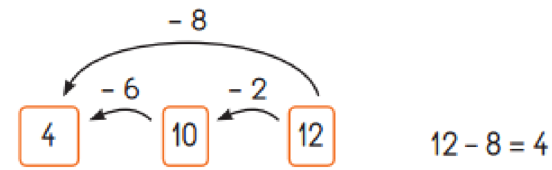
PHASE 1 a – b avec a ≤ 10 et b ≤ 10

PÉRIODE 3 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 100)



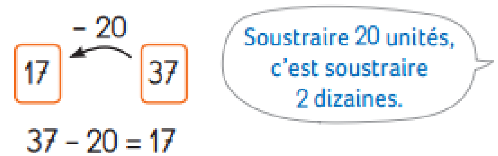
PHASE 2 a – b avec a ≥ 10 et b ≤ 10

PÉRIODE 4 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 103) en s'appuyant sur 10



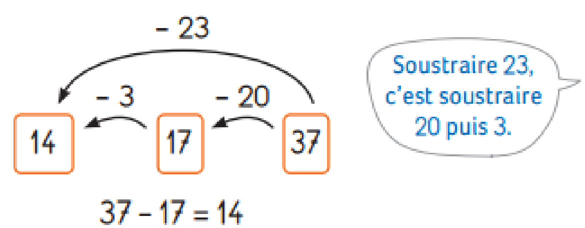
PHASE 3 a - b avec a quelconque et b une dizaine entière

PÉRIODE 4 : jeu de déplacement sur la piste des nombres (étape 107)

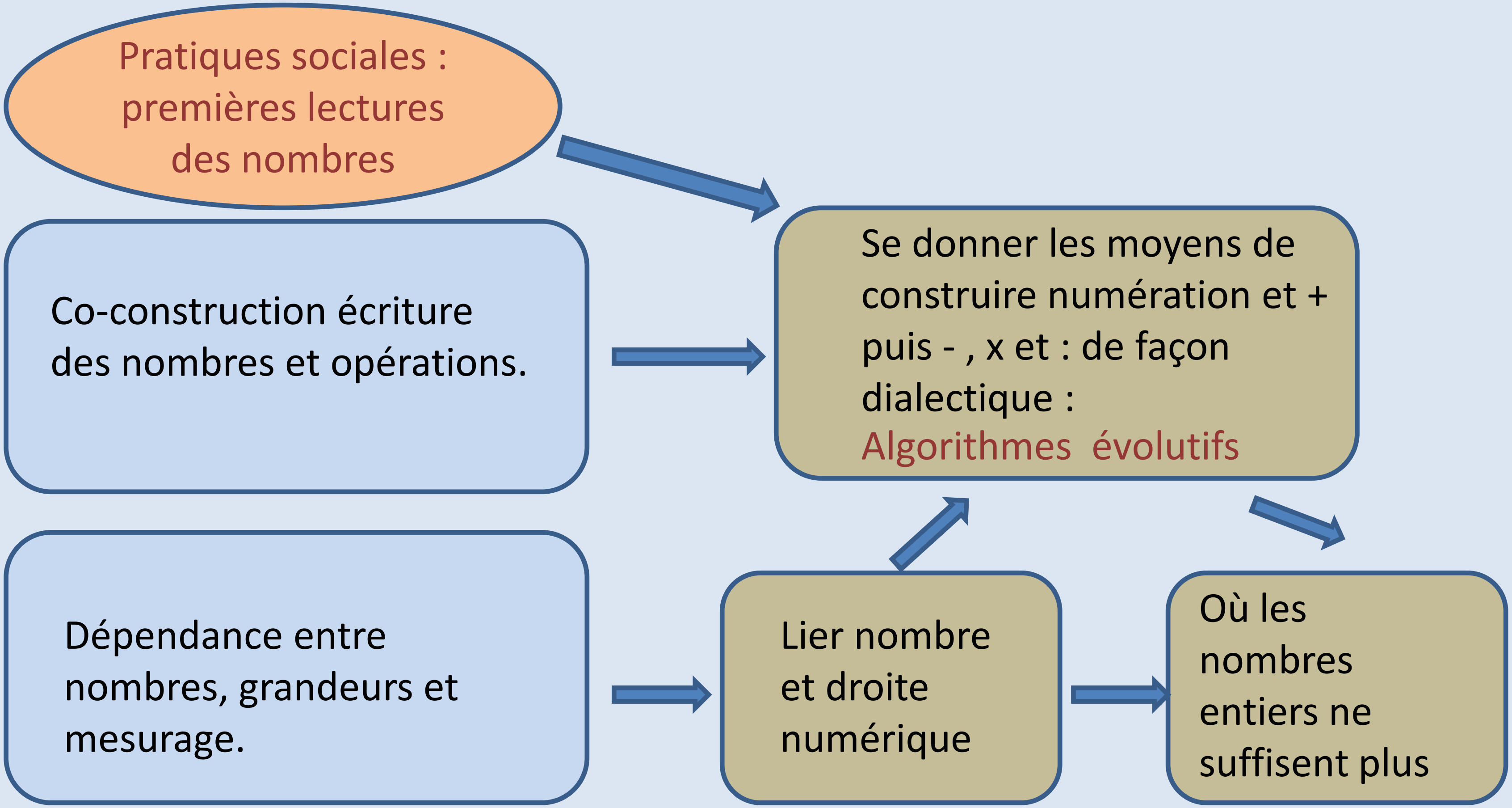


PHASE 4 a – b avec a et b quelconque

PÉRIODE 5 : généralisation de la démarche de soustraction par sauts en décomposant b (étape 140)

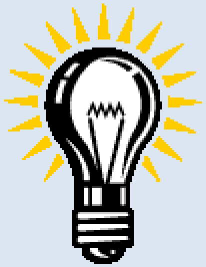


Cinquième partie
Une construction progressive des algorithmes



« Le sens et l'automatisation se construisent simultanément » **(Programmes 2016.)**

La soustraction



Calculons

$$\begin{array}{r} 125 \\ - \quad 97 \\ \hline \end{array}$$

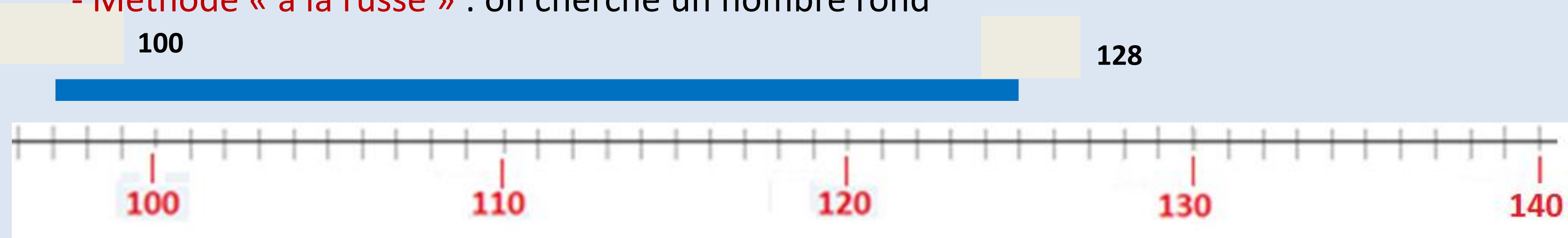
Droite graduée et soustraction

- **La technique par « démolition »**
- exemple 125-97

- **Avantage** : cette technique repose sur la compréhension de notre système d'écriture des nombres largement travaillé au cycle 2.
- **Inconvénients** :
- -Elle correspond à une manipulation à partir du matériel de numération…
- -Elle est très difficilement utilisable dans les cas où il y a un zéro intermédiaire sauf à automatiser de façon très coûteuse.
- -Cette technique devra donc être abandonnée en cycle 3 ou au collège.

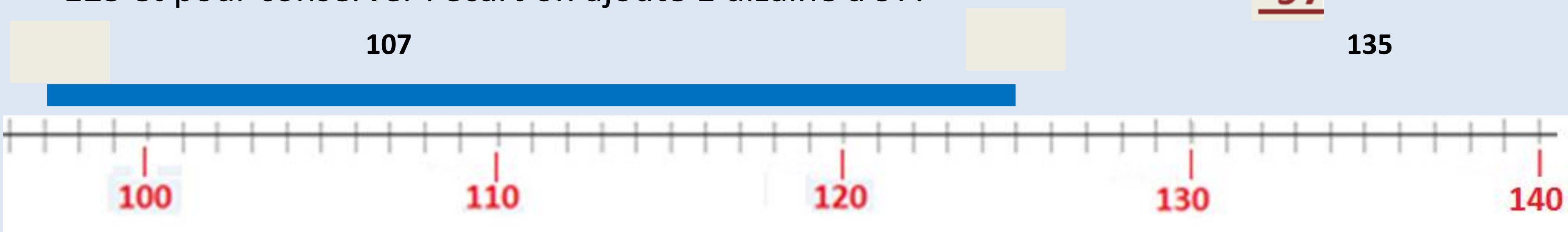
La technique « par compensation ou translation » : exemple 125-97

- Méthode « à la russe » : on cherche un nombre rond



- Méthode usuelle : on ne peut pas calculer 5-7 : on ajoute 1 dizaine à 125 et pour conserver l'écart on ajoute 1 dizaine à 97.

125
-97



avantages : cette technique est utilisable quels que soient les nombres choisis. Elle s'appuie sur des propriétés mathématiques qui seront utiles au cycle 3 et au collège. C'est la technique usuelle de la soustraction en France, elle sera enseignée au cycle 3. Les élèves qui l'auront apprise en CE1 n'auront pas besoin de changer de technique au cycle 3.
inconvénient : elle nécessite de prendre le temps de travailler la propriété de conservation des écarts, sur laquelle elle repose.

Les procédés de calcul comme aboutissement d'une construction mathématique.

125 – 97 ?

$$\begin{tikzcd}
125 \arrow[d, bend right, "+3"'] & - & 97 \arrow[d, bend left, "+3"] \\
128 & - & 100
\end{tikzcd}$$

C'est donc 28.

Méthode à la russe

457 - 128
459 - 130
529 - 200

329

1000- 256
1004- 260
1044- 300

744

Pratiques sociales : rendre la monnaie

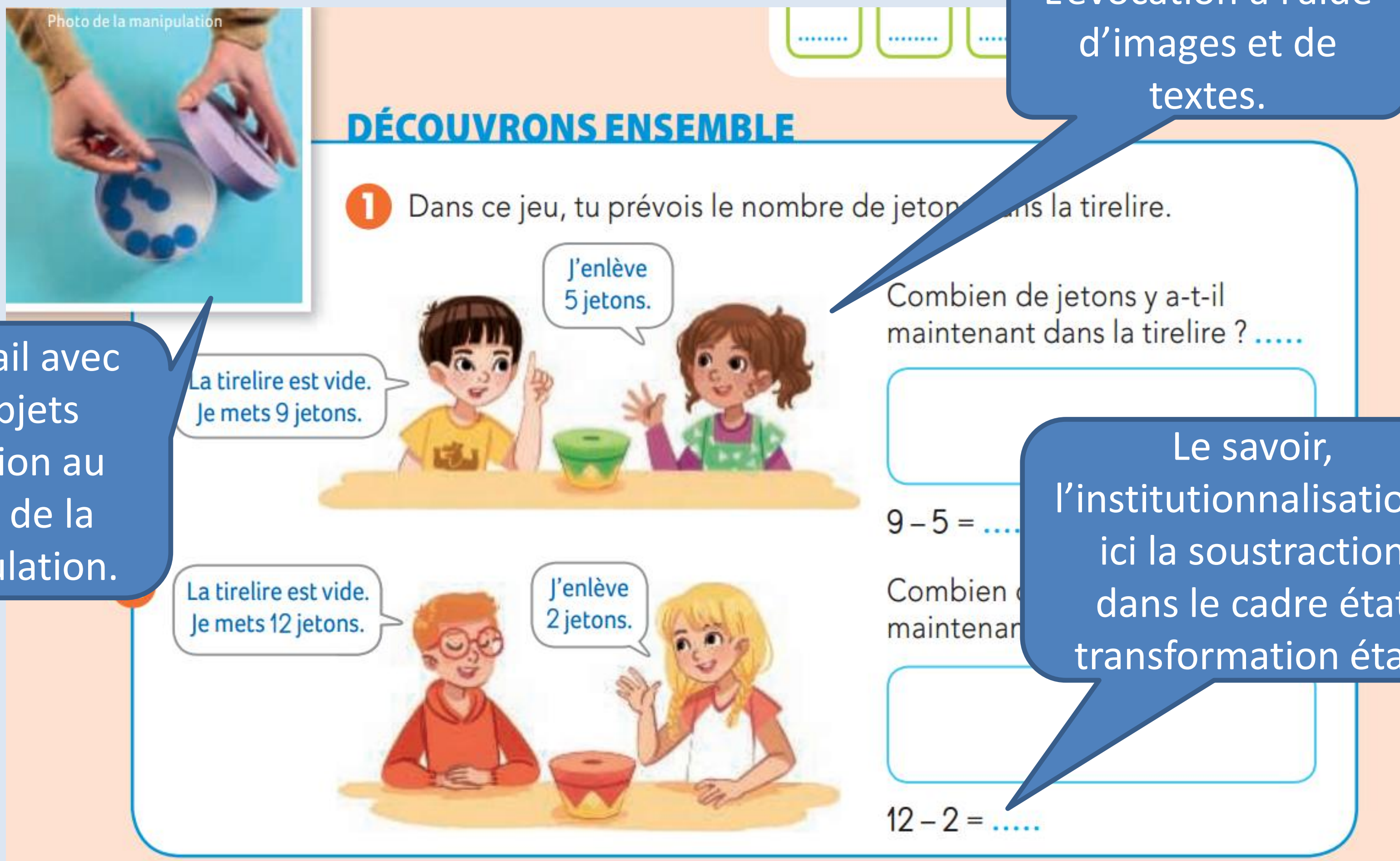
1000- 256 : 4+40+700

Faire l'appoint

20 € pour 7 €   23 € pour 10 €

Donc, en CE1

Comprendre le sens de l'opération

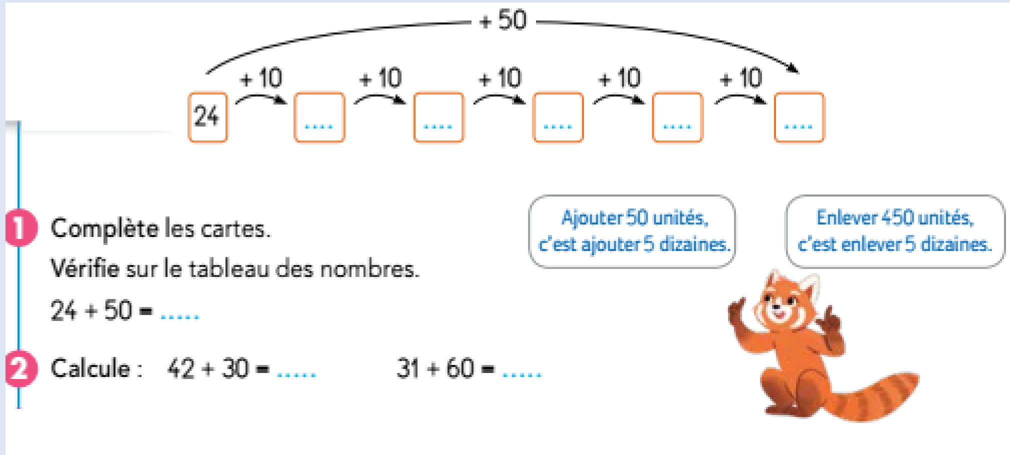


L'évocation à l'aide d'images et de textes.

Le travail avec les objets Attention au statut de la manipulation.

Le savoir, l'institutionnalisation : ici la soustraction dans le cadre état transformation état.

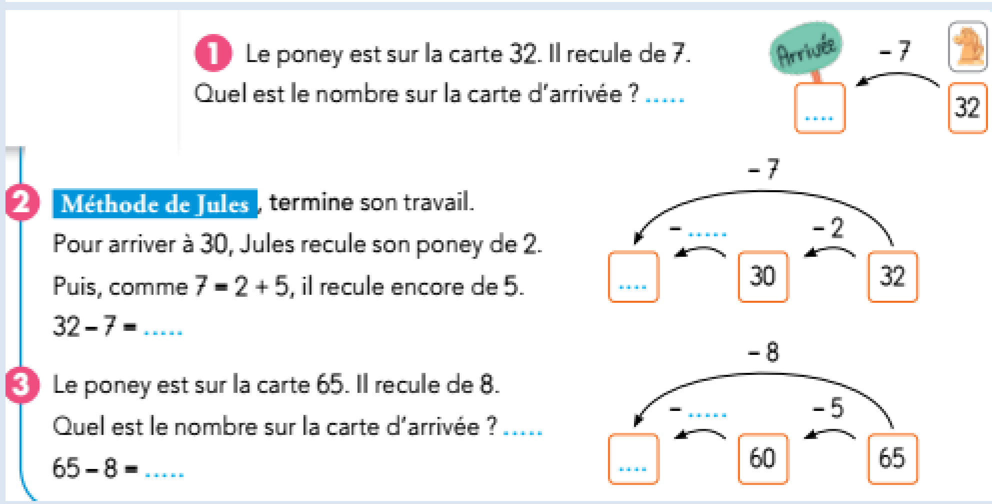
Ajouter et soustraire des dizaines.
Soustraire un nombre entre 1 et 10


+ 50

24 →(+ 10) ..... →(+ 10) ..... →(+ 10) ..... →(+ 10) ..... →(+ 10) .....

1 **Complète** les cartes.
Vérifie sur le tableau des nombres.
24 + 50 = ...

2 **Calcule** : 42 + 30 = ... 31 + 60 = ...


1 Le poney est sur la carte 32. Il recule de 7.
Quel est le nombre sur la carte d'arrivée ? .....

2 **Méthode de Jules**, **termine** son travail.
Pour arriver à 30, Jules recule son poney de 2.
Puis, comme 7 = 2 + 5, il recule encore de 5.
32 – 7 = ...

3 Le poney est sur la carte 65. Il recule de 8.
Quel est le nombre sur la carte d'arrivée ? .....
65 – 8 = ...

Cette procédure de calcul va leur permettre de calculer tous les résultats de la table de soustraction. Nous allons les entrainer à les mémoriser avec le jeu du recto verso

Puis, problèmes à énoncés textuels

4 **Problème** Liam a 8 billes. Il donne 3 billes à Rose. Combien de billes Liam a-t-il maintenant ?

Liam a maintenant ..... billes.

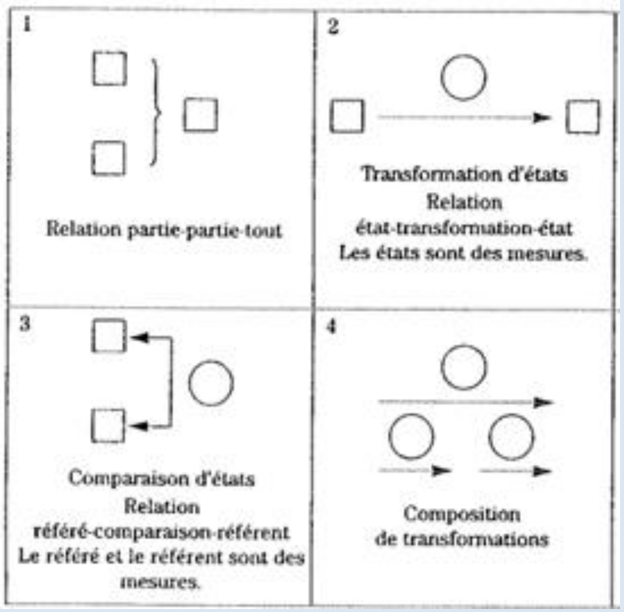
5 **Problème** Nora a 17 billes. Elle donne 7 billes à Jules. Combien de billes Nora a-t-elle maintenant ?

Nora a maintenant ..... billes.

Elargir : notion de champ conceptuel (G.Vergnaud)

- Ensemble des situations qui donnent du sens au concept
- Ensemble des invariants qui permettent de les analyser du point de vue mathématique
- Ensemble des signifiants, représentations symboliques et langage nécessaires au travail de conceptualisation.

Principales relations additives
Addition soustraction



Yazid a 5 billes. Il joue une partie et gagne 7 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?

Emma vient juste de perdre 7 billes. Elle a maintenant 5 billes. Combien de billes avait-elle avant de jouer ?

Gabriel a joué deux parties de billes. A la seconde partie il a perdu 7 billes. A la fin des deux parties il a gagné 5 billes. Que s'est-il passé à la première partie ?

(75% d'échecs en 6° pour le problème « Gabriel»)

Un projet : vers une technique opératoire de la soustraction

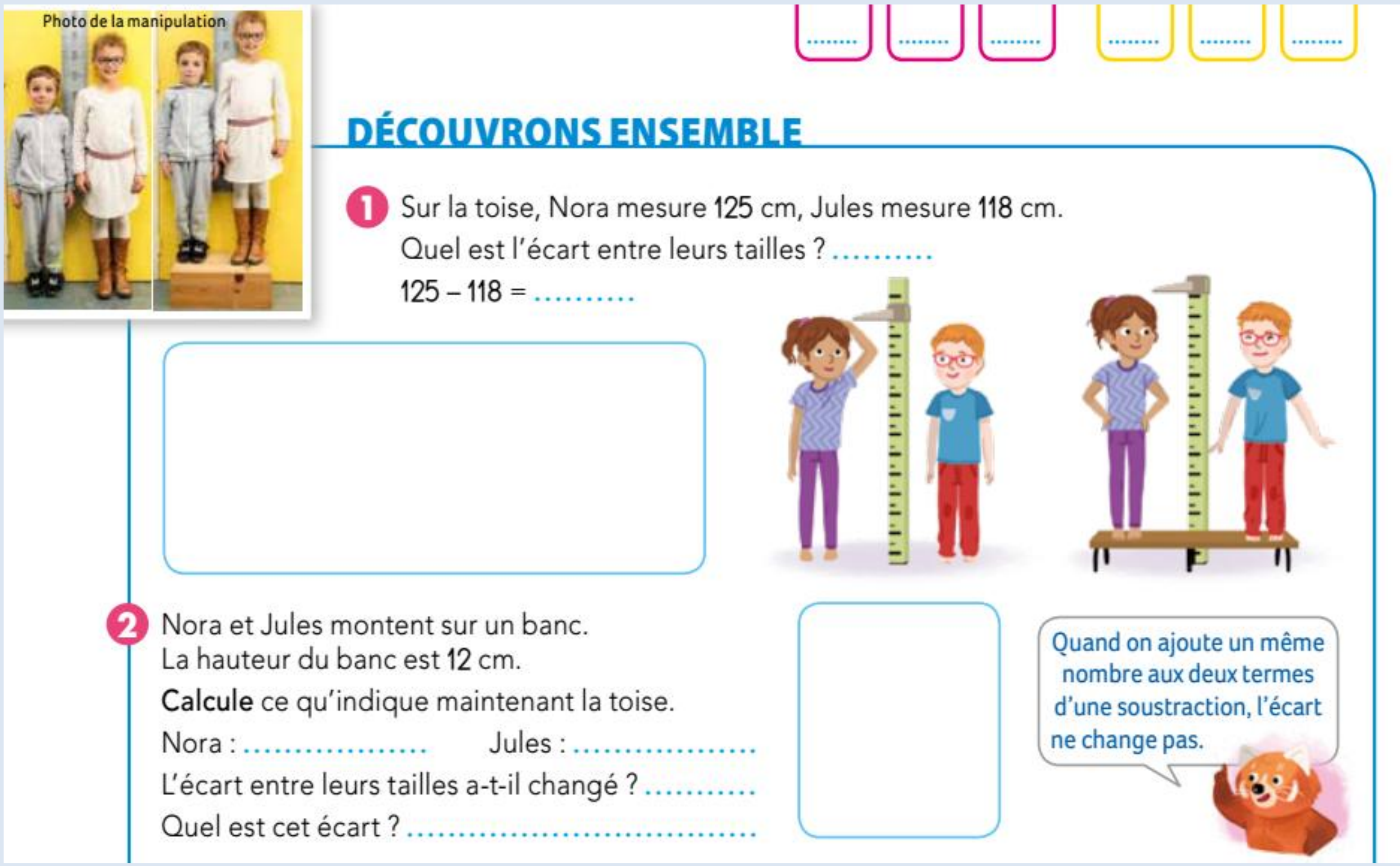


Photo de la manipulation

DÉCOUVRONS ENSEMBLE

1 Sur la toise, Nora mesure 125 cm, Jules mesure 118 cm.
Quel est l'écart entre leurs tailles ? ....
125 – 118 = ...

2 Nora et Jules montent sur un banc.
La hauteur du banc est 12 cm.
Calcule ce qu'indique maintenant la toise.
Nora : .... Jules : ....
L'écart entre leurs tailles a-t-il changé ? ....
Quel est cet écart ? ....

Quand on ajoute un même nombre aux deux termes d'une soustraction, l'écart ne change pas.

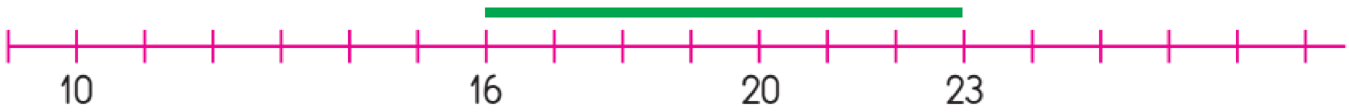
Une organisation sur plusieurs étapes

- Premier problème : la conservation des écarts vue dans la situation de la toise : le milieu matériel permet de valider les hypothèses.
- Deuxième problème : la conservation des écarts est cette fois matérialisée à l'aide d'une bande que l'on fait glisser : le milieu matériel est plus formel mais continue à jouer son rôle de « gardien de la vérité ».
- Troisième problème : la conservation des écarts est utilisée cette fois dans un milieu de nombres (avec image mentale de la droite numérique), ce qui permet l'accès à une première forme de pratique opératoire de la soustraction.

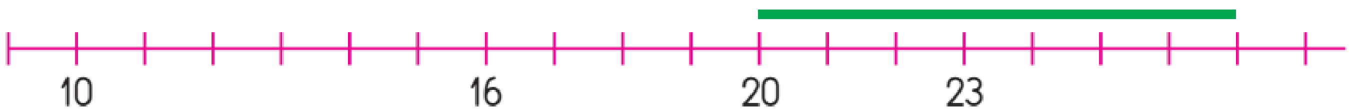
Les élèves découvrent la propriété de conservation des écarts

Chaque droite est graduée de 1 en 1.

1 L'écart entre les nombres 23 et 16 est représenté par le trait **vert**, tracé sur une bande de papier. C'est le résultat de la soustraction 23 – 16.



Jules fait glisser la bande avec le trait **vert** pour placer une extrémité du trait sur le nombre 20.
Quel est le nombre à l'autre extrémité du trait **vert** ? .....



23 – 16 = ... – 20 = ...

L'écart ne change pas quand on fait glisser le trait **vert**.

Pour calculer 23 – 16, je calcule 27 – 20 car c'est plus facile d'enlever un nombre rond.

Appliquer la propriété de conservation des écarts pour construire une méthode soustractive

$$62 - 48 \xrightarrow{+2,\ +2} 64 - 50$$

Pour calculer 62 – 48, Liam calcule 64 – 50. C'est comme s'il ajoutait 2 aux deux autres termes de la soustraction.

$62 - 48 = 64 - 50 = \dots\dots$

Comment passer à la soustraction « en colonnes» quels que soient les deux nombres

1. Calcule les soustractions quand elles sont possibles, sinon barre-les

6 - 5 = 8 – 4 = 5 – 7 = 9 – 6 = 6 – 9 = 5 - 6 =

2 Calcule 87 – 46 et 85 – 46, puis complète les égalités

87 – 46 = …… 85 – 46 = ….

3. Nora pose les opérations en colonnes :

Pour calculer 87 – 46 :

Elle calcule en premier le nombre d'unités :

	8	7
–	4	6
		1

puis elle calcule le nombre de dizaines :

	8	7
–	4	6
		1

Termine son calcul et compare avec ton résultat.

Pour calculer 85 – 56

Nora commence par les unités 5 - 6 ce n'est pas possible. Elle ajoute 10 unités à 85 et 1 dizaine à 46. L'écart ne change pas 8 10+5 – 1+4 6	Elle peut calculer ensuite le nombre d'unités : 15 - 6 8 10+5 – 1+4 6 9	Puis elle calcule le nombre de dizaines : 8 - 5 8 10+5 – 1+4 6 9

Termine le calcul de Nora et compare avec ton résultat.

Conclusion : la technique en colonne

La soustraction : technique en colonnes

Exemple : 472 - 124

1[re] étape

	4	7	2
–	1	2	4

Tu écris :
les unités sous les unités,
les dizaines sous les dizaines,
les centaines sous les centaines.

2[e] étape

	4	7	10+2
–	1	1+2	4
			8

Tu commences par les unités :
2 – 4 ce n'est pas possible.
Tu ajoutes 10 unités au 1[er] nombre
et 1 dizaine au 2[e] nombre
pour conserver l'écart.
Maintenant tu peux calculer 12 – **4** = **8**
Tu écris **8** dans la colonne des unités.

3[e] étape

	4	7	10+2
–	1	1+2	4
		4	8

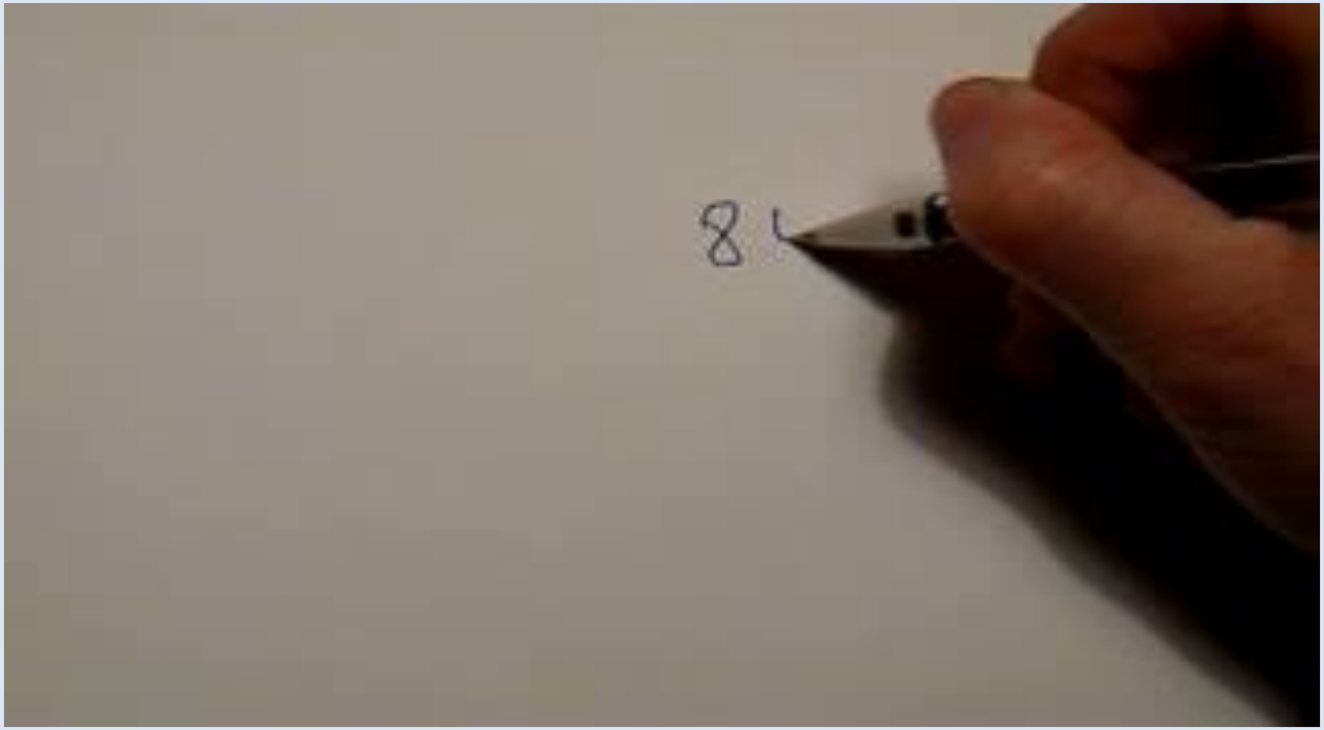
Tu soustrais les dizaines :
7 – 3 = 4
Tu écris 4 dans la colonne
des dizaines.

4[e] étape

	4	7	10+2
–	1	1+2	4
	3	4	8

Tu soustrais les centaines :
4 – 1 = 3
Tu écris 3 dans la colonne
des dizaines.
472 – 124 = 348

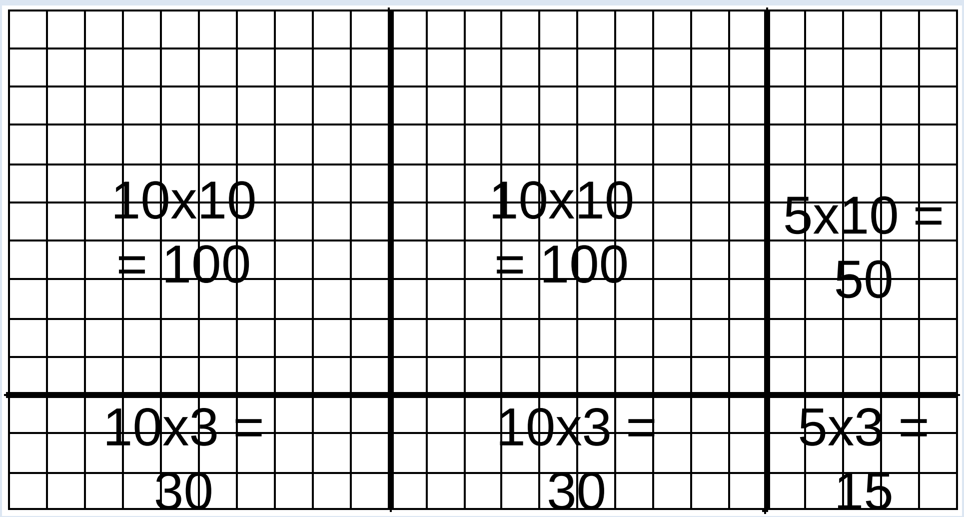
L’algorithme de la soustraction en CE1-CE2 se construit donc à partir d’une bonne connaissance de la droite graduée.

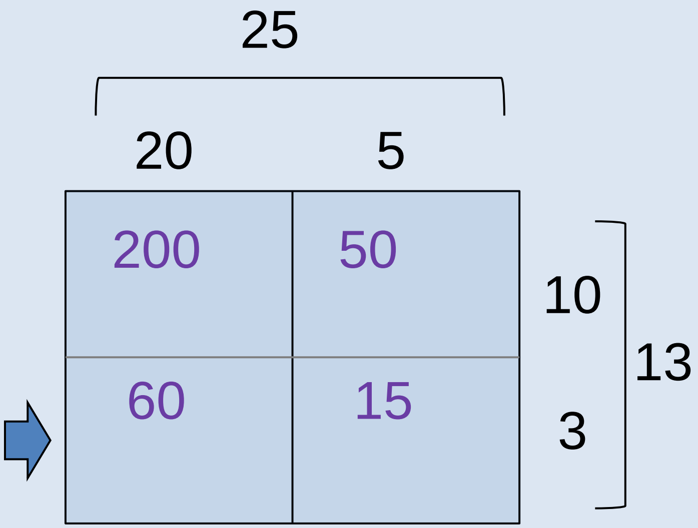


Technique définitive

La multiplication

Rappel : 25x13



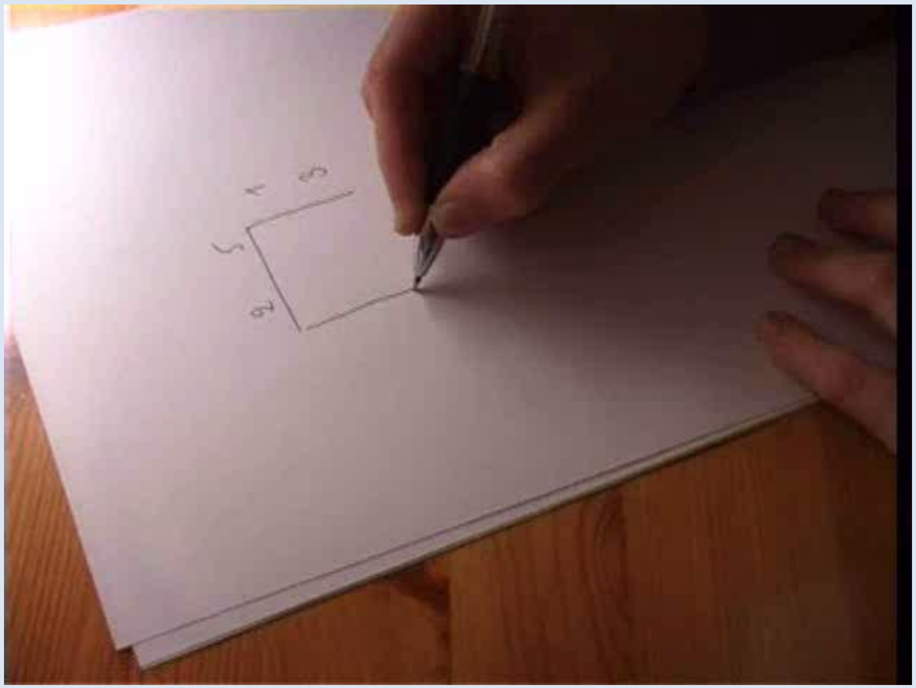


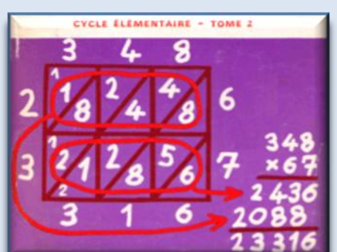
200
\+ 50
\+ 60
\+ 15

325

En CE1-2

25x13





Au seuil de réussite acceptable de 70%, pour la taille 8, la méthode classique permet 12 réussites sur 25 élèves soit 48%. L'autre méthode permet la réussite de 22 élèves soit 88%. Le gain est de 40%. Il augmente avec la taille des multiplications.

L'amélioration est plus forte chez les élèves moyens.

Recherche Université Bordeaux I (1973) réalisée auprès de 150 enfants de CM.

Etapes en CP-CE1 pour y parvenir (1)

1 Expressions langagières (en CP)

1 Relie chaque dessin au texte qui convient

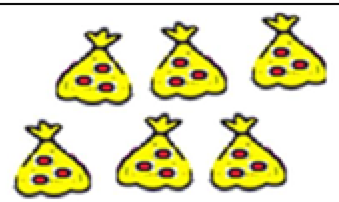
5 bouquets de 6 fleurs

1 bouquet de 5 fleurs et 1 bouquet de 6 fleurs

6 bouquets de 5 fleurs

2 Les additions réitérées (en CP) et le signe x (en CP CE1)

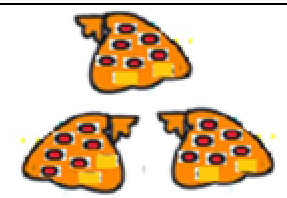
1. Jules et Nora ont des sachets de haricots:



Complète

Jules a ……………..sachets de ……………..haricots

3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = …………



Complète :

Nora a ……………..sachets de ……………..haricots

6 + 6 + 6 = ….

Jules et Nora ont-ils le même nombre de haricots ?

……………………

3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 6 + 6 + 6

3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 et 6 + 6 + 6 s'écrivent 6 x 3 ou 3 x 6

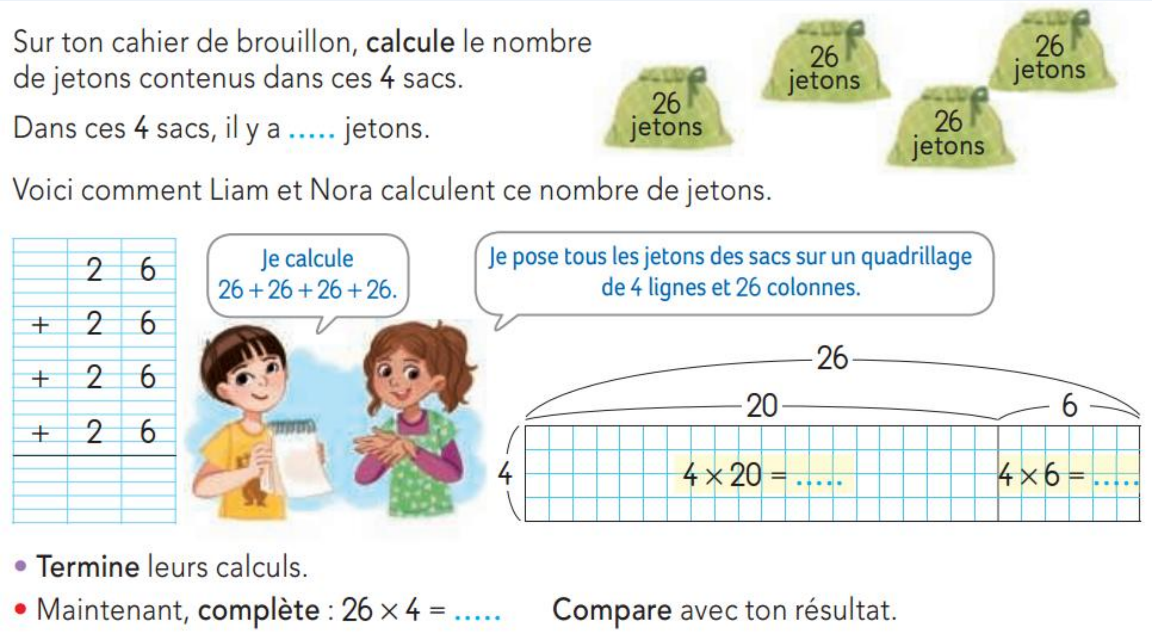
Etapes en CE1 pour y parvenir (2)

La multiplication par 2 ,3, 4, 5.

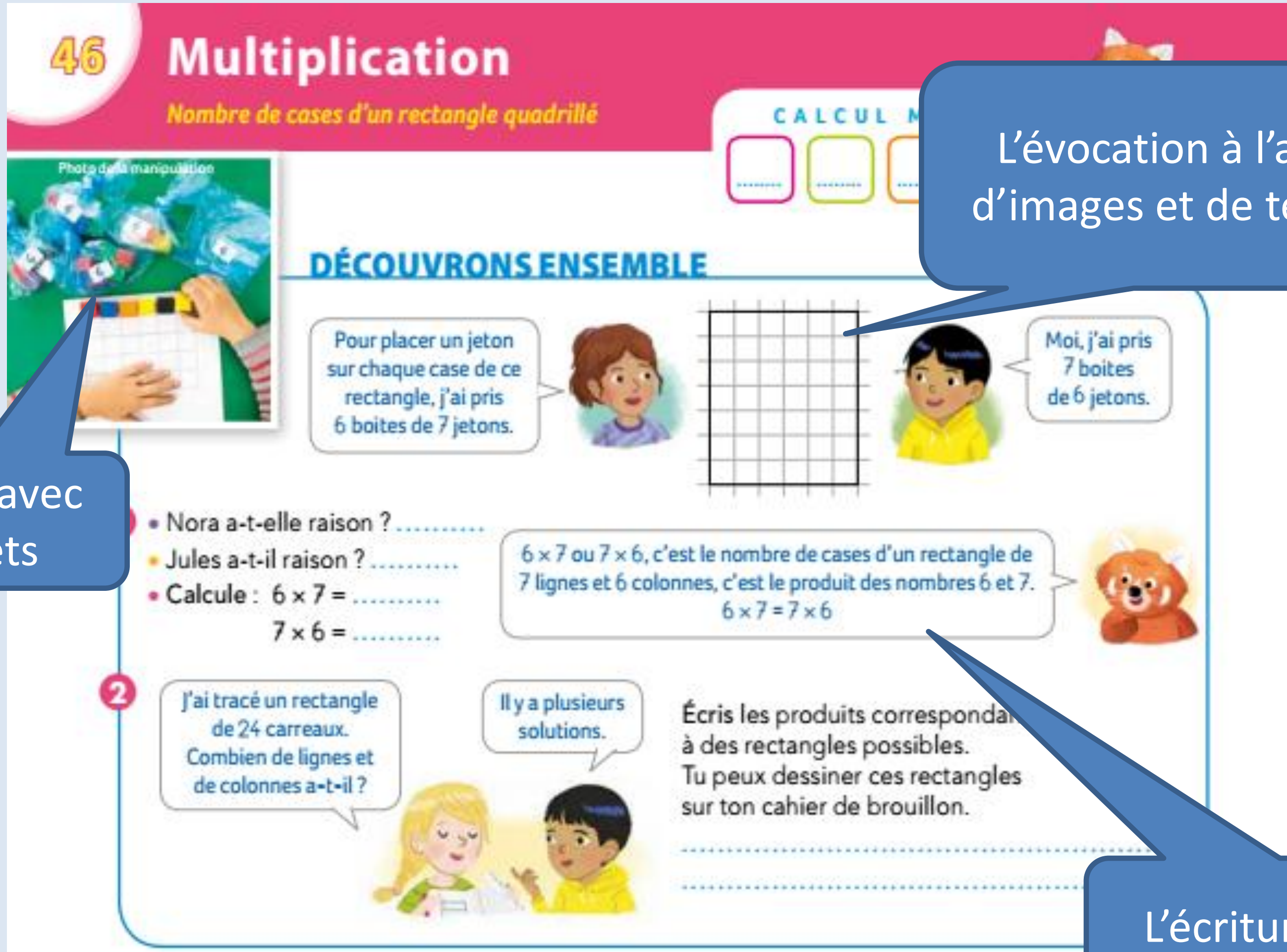
Doubles et moitiés. (possible en CP)

La multiplication par 10, 20, 30...

Passage en fin d’année au travail sur quadrillage (synchroniser avec les CE2)



Ce que l'on reprend en CE2



L'évocation à l'aide d'images et de textes

Le travail avec les objets

L'écriture formelle

En CE2 abandon du quadrillage, schéma et technique en colonne

J'imagine qu'il s'agit d'un rectangle de 54×23 carreaux et je fais ce schéma.

Moi, je préfère écrire la multiplication en colonne.

		50	4
20		$20 \times 50 =$	$20 \times 4 =$ .....
3		... × ..... = ...	... × ... = ...

.... + ... + ... + ... = ...

$54 \times 23 = 23 \times 54 =$ ....

		5	4	
×		2	3	
		1	2	← 3×4
				← 3×50
				← 20×4
				← 20×50

$54 \times 23 =$ ....

Conclusion : s'appuyer sur des algorithmes évolutifs en cycle 2.

Addition

```
  3 7
+
  2 5
-----
  1 2
+ 5 0
-----
  6 2
```

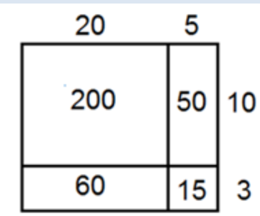
```
  1
  3 7
+
  2 5
-----
  6 2
```

Soustraction


```
47  c'est  48
-          -
19         20
```

```
4 10+7
-
1+1 9
```

Multiplication




```
    15
+   60
+   50
+  200
------
   325
```

```
                 25
               x 13
               ----
 puis,           15
 plus tard     + 60
               + 50
               +200
               ----
                325
```

```
            25
          x 13
          ----
 puis       75
           25
          ----
           325
```

Conclusion : enseigner par la résolution de problèmes
Y mettre le prix.

- On ne peut pas demander aux enseignants d'enseigner par la résolution de problèmes sans les former à une réflexion sur les situations, leurs caractéristiques, leur fréquence et leurs enchaînements
- La construction de telles situations relève de la recherche (action, appliquée)
- Les mathématiques disposent d'un corpus de recherches qui nous mettent à l'abri de pseudo-concepts
- Ces situations ne sont pas réservées aux « bons élèves » : elles sont bien souvent mises en place en ASH
- On ne peut pas enseigner uniquement en proposant de telles situations : l'institutionnalisation des savoirs à retenir, les entrainements font partie de l'enseignement des mathématiques.

Quelques conseils

Travaillez la consigne
Installez les élèves dans la durée des apprentissages (chantiers, micro-séquences pour le groupe).

Réfléchissez à l’individualisation des parcours en maintenant une même tâche. Pour cela,

- Jouer sur les variables de commandes de la situation
- Jouer sur les procédés de calculs *(algorithmes évolutifs)*

Soyez attentifs aux difficultés non spécifiques aux mathématiques : *(lecture, représentations spatiales, cultures différentes).*

Les programmes 2016 nous y incitent. Il sont seuls force de loi.

Enfin, le suivi d’un manuel sans jamais de mises en scène en classe installe les élèves dans une relation défaillante aux mathématiques

Merci de m'avoir écouté et…

Bon courage pour la suite.