Outillage pour organiser la construction des premiers nombres à l'école maternelle.

Jeux et situations d'apprentissage ; rôles de l'écrit

- Communication du 7 juillet 2017[1] -

Joël Briand

Maître de conférences

Nouvelle Université Bordeaux.

Préambule :

Les mathématiques de l'école maternelle sont tellement culturellement connues qu'il semble que leur construction paraisse aller de soi et que leur transmission puisse se réduire à leur présentation en vue d'une familiarisation. Toutefois ces mathématiques apparemment « déjà là » le sont pour les adultes mais leur appropriation par les élèves devrait passer par une mise en scène qui favorise une re-construction, une reprise, une appropriation progressive d'ensemble de signes, de règles, de modes de raisonnement, qui sont l'essence même de l'activité mathématique à cet âge. Cela suppose pour le professeur d'avoir une posture dans laquelle il s'agit de mettre en avant, non pas l'élève ou le savoir, mais la situation comme système d'interactions de l'élève avec un milieu censé lui permettre de faire évoluer ses connaissances. [BROUSSEAU 1997]. Dans ce cas, on parlera de situation d'apprentissage par adaptation.

Partant de là, il faudra remettre en cause l'idée que les mathématiques se construisent par simple manipulation d'objets (nous reviendrons sur ce point), ou par remplissage de fiches. Il s'agit d'élaborer des dispositifs dans lesquels l'élève expérimente et développe son autonomie, sa prise de décisions, son sens de l'anticipation et cela dans un climat de confiance et de sécurité afin qu'il ose faire des tentatives, des essais répétés, mêmes infructueux, dès son plus jeune âge.

Certaines situations issues de la recherche en didactique, qui ont fait leurs preuves, mais dont leur lecture et leur diffusion ont conduit à des interprétations erronées méritent d'être revues de façon précise. Dans cette communication, afin de ne pas me disperser je prendrai l'exemple de deux situations : l'une très connue et que nous nommons "*situation fondamentale du nombre*", l'autre moins connue et que je nommerai *"la propriété d'addition*". Mais ces deux situations s'inscrivent dans un processus plus général qui a déjà été décrit dans le CD-ROM *"activités mathématiques à l'école maternelle"* édité chez Hatier en 2000. Depuis, chacune des situations décrites à l'époque a fait l'objet de mises en œuvre et de nouvelles observations dans des classes bordelaises. C'est pour cela que les deux situations seront analysées à l'aide des résultats plus récents.

[1] Le diaporama lui-même ainsi que d'autres textes sont disponibles sur le site ddm.joel.briand.free.fr

Introduction à l'exposé

Dans le début de la communication, j'ai voulu :

- rappeler l'intérêt qu'il y avait à pratiquer des jeux de plateau étant entendu qu'actuellement, la pratique de tels jeux au sein du milieu parental allait en diminuant. Les neurosciences, qui ne prétendent pas apporter des méthodes d'apprentissage, soulignent d'ailleurs la nécessité de pratiquer de tels jeux.

- mettre en garde contre des pratiques s'inscrivant *"dans une veine pseudo-scientifique très en vogue actuellement, qui nous enjoint au « plaisir » et à l'« épanouissement » en combinant aléatoirement ergonomie, neurosciences, métaphysique, sagesse orientale ou encore économie et management".*[2]

Le but de la communication est donc de caractériser les types de situations qu'il est possible de mettre en œuvre, dans le domaine du pré-numérique, en classe d'école maternelle, afin que les élèves pratiquent une activité mathématique.

Première situation étudiée : le nombre comme une des solutions à un problème de dénombrement : "*situation fondamentale du nombre*".

Les programmes 2008 de l'école maternelle:

Ils établissaient de fait un cloisonnement entre les activités à caractère mathématique (listées dans la partie « découverte du monde ») et celles relatives à l'entrée dans l'écrit (listées dans la partie « découvrir l'écrit ») montrant par là même une absence de réflexion sur l'entrée dans l'écrit y compris au cours d'une activité mathématique.

-Ils déclaraient : *« progressivement, les enfants acquièrent la suite des nombres au moins jusqu'à 30 et apprennent à l'utiliser pour dénombrer »* quand on sait que le comptage – numérotage appris de façon mécanique, s'il peut permettre de réussir une tâche de dénombrement, peut constituer un obstacle à l'acquisition du nombre.

-Il attribuaient au « symbolisme » en mathématiques une définition obscure : *« à la fin de l'école maternelle, les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul mais c'est le cours préparatoire qui installera le symbolisme* ». Or entrer dans l'écrit c'est symboliser. Comment alors entrer dans les premiers écrits des nombres ?

-Ils préconisaient une attitude pédagogique *« L'accompagnement qu'assure l'enseignant en questionnant (comment, pourquoi, etc.) et en commentant ce qui est réalisé avec des mots justes, dont les mots-nombres, aide à la prise de conscience ».* Or, dans des situations d'action, vouloir faire verbaliser à tout prix peut s'ériger en obstacle à la réussite de l'action.

-Ils séparaient des domaines (*construction des premiers nombres, maîtrise de l'espace, etc.*) qui sont pourtant dépendants les uns des autres. Par exemple, pour dénombrer une collection, il faut se déplacer de façon organisée dans cette collection : le numérique a besoin du spatial. Les dépendances entre les différents domaines sont fortes et malgré tout non explicitées.

---

[2] LAURENCE DE COCK 27 MAI 2017 Médiapart.

Les programmes 2015 de l'école maternelle:

La partie relative à la construction du nombre y est mieux détaillée. Voici quelques extraits qui mettent en garde sur la confusion entre connaître la comptine numérique et avoir acquis le concept de nombre.

"La construction du nombre s'appuie sur la notion de quantité, sa codification orale et écrite, l'acquisition de la suite orale des nombres et l'usage du dénombrement. Chez les jeunes enfants, ces apprentissages se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner : l'enfant peut, par exemple, savoir réciter assez loin la comptine numérique sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection."

....."Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités."

....."Les premières écritures des nombres ne doivent pas être introduites précocement mais progressivement, à partir des besoins de communication dans la résolution de situations concrètes. ".

....."Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur *une feuille ou pas).* "

... « Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombre désigne la quantité qui vient d'être formée ».

Ces extraits montrent que les travaux en didactique des mathématiques ont été pris en compte mais ils ne précisent pas comment le comptage-numérotage sera évité dans les activités de dénombrement alors même que c'est la stratégie qui est le plus spontanément utilisée par les élèves. En cela la didactique des mathématiques a depuis 30 ans apporté des réponses et loin d'avoir à *"repenser la didactique des mathématiques"*[3] il est urgent de s'y replonger.

L'école maternelle et le milieu parental :

En dehors de la traditionnelle attente « les enfants doivent savoir lire, écrire et compter » un grand nombre de parents n'ont pas une perception nette de ce qui se joue à l'école. Cette ignorance est encore plus marquée lorsqu'il s'agit de l'école maternelle. Ils ne comprennent pas l'enjeu de telle ou telle activité et donc n'aident pas leurs enfants à repérer l'enjeu de l'apprentissage de la situation. Or ce sont souvent les questionnements de la famille qui optimisent l'aptitude, chez ces élèves, à comprendre que dans l'activité scolaire proposée il y a quelque chose à apprendre. Ce retour « en famille » sur les activités scolaires n'est pas présent dans beaucoup de milieux : un enfant qui a l'habitude d'ouvrir des albums chez lui et qui a été accompagné dans la lecture de ceux-ci investira différemment la pratique de la lecture, (voire la dictée à l'adulte). Qu'en est-il pour les mathématiques ? Souvent, les parents s'impliquent dans le comptage-numérotage : *« mon enfant sait compter jusqu'à 39 »* dira, tout fier, un parent. Cet « enseignement spontané » du comptage-numérotage constitue une pratique

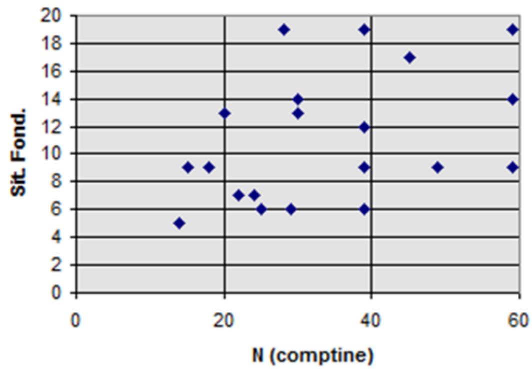
[3] Brissiaud in présentation collloque AGEEM 2017.

sociale courante. Nous verrons en quoi cette pratique ne garantit en rien l'acquisition du concept de nombre et qu'il appartient à l'école maternelle de prendre ses distances et de proposer d'autres approche en vue de la construction du nombre.

Mais il y a plus préoccupant encore : un récent travail auprès de plusieurs classes de cours préparatoire a montré que les enfants ne pratiquaient bien souvent plus des jeux qui engagent une pratique sociale des nombres. Par exemple, le jeu des petits chevaux qui favorise la lecture d'un dé, le déplacement sur une piste réglé par le nombre de sauts à effectuer, la lecture des six premiers nombres écrits en chiffres, est maintenant un jeu relativement peu pratiqué quelque soit le milieu parental. Or les activités qui vont être développées à l'école maternelle et en cours préparatoire pour les usages du nombre (mémoriser une quantité, mémoriser une position sur un parcours) se fondent souvent sur ces jeux. Les neurosciences pointent d'ailleurs cette familiarisation première comme catalyseur de la construction des premiers nombres [DEHANNE 2010] . On assiste à une modification de la culture à laquelle l'enseignement ne s'est pas préparé.

Le comptage-numérotage et le dénombrement

En 1989 une étude conduite à l'Université Bordeaux 1[4] montrait qu'il n'y avait pas de corrélation entre connaître la comptine des nombres et pouvoir construire une collection équipotente à une collection de référence non visible au moment de la construction de la dite collection (étape 1 de la situation fondamentale du nombre, que nous décrivons après). A cette époque, les élèves (en entrée de CP) connaissaient la comptine jusqu'à à peu près 60. La même étude conduite en 2012 a montré que les élèves comptaient maintenant bien plus loin (souvent jusqu'à 70, voire 100..) mais que le taux de réussite à la situation dite « fondamentale du nombre » n'avait pas augmenté ! et que la corrélation était toujours inexistante.



Connaître la comptine, même plus loin que dans les années 90, n'est donc pas automatiquement suffisant pour savoir dénombrer une collection. Et quand bien même le comptage-numérotage permettrait le dénombrement, nous n'avons aucune garantie que le nombre s'y est construit. Pour certains enfants les mots-nombres connus restent à quantifier. Il suffit de relire Claire Meljac dans sont ouvrage « décrire, agir compter» [MELJAC 1979] pour s'apercevoir que ce phénomène avait déjà été pointé à l'époque. Le comptage-numérotage est bien sûr une procédure de dénombrement possible et culturellement reconnue à condition de savoir coordonner le geste et la parole, ce que la connaissance de la comptine ne garantit pas. L'enseignement du comptage-numérotage correspond donc au modèle spontané d'enseignement et est souvent encouragé par l'institution, mais son enseignement prématuré peut constituer un obstacle[5] (didactique) à la construction du nombre comme signe

[4] Quatre étapes pour une évaluation continue en grande section. IREM Bordeaux 1989.

[5] Obstacle : L'erreur n'est pas seulement l'effet de l'ignorance, de l'incertitude, du hasard comme on le croit dans les théories empiristes ou béhavioristes de l'apprentissage, mais l'effet d'une connaissance antérieure, qui avait son intérêt, ses succès, mais qui dans une situation nouvelle, se révèle fausse, ou simplement inadaptée. Bachelard écrivait : "l'erreur est constitutive d'une connaissance". Il affirmait par là même qu'une erreur commise par un sujet dans une activité quelconque révélait un savoir mis en jeu et localement inadapté à l'activité en cours. Les erreurs de ce type ne sont donc pas erratiques et imprévisibles, elles sont constituées en obstacles. Un obstacle est constitué comme une connaissance, avec des objets, des relations, des méthodes d'appréhension, des prévisions, avec des évidences, des conséquences oubliées, des ramifications imprévues... Il va résister au rejet, il tentera comme il se doit, de s'adapter

de la quantité. Cela ne signifie pas qu'il faille « décrocher » les bandes numériques dans les classes maternelles. Il s'agit de ne pas confondre environnement culturel et pratiques mathématiques !

Situation de la vie courante

Prenons l'exemple d'un enfant appelé à mettre le couvert, chez lui. Il peut avoir plusieurs stratégies :

- il prend l'assiette pour maman, va la poser ; il prend l'assiette pour papa, va la poser ; etc. ;

- il prend beaucoup d'assiettes et est ainsi assuré d'avoir "ce qu'il faut" ;

- il prévoit l'assiette pour maman, papa, etc. et va ensuite les poser. Pour cela il peut associer maman, papa, etc. à un doigt et construire ainsi une collection intermédiaire ; il peut aussi compter maman 1 papa 2.... ; il peut enfin dire la quantité nécessaire à l'aide d'un nombre prononcé.

Cette situation met en jeu un savoir. Il s'agit dans la première attitude de la correspondance un à un, et dans la troisième attitude, du dénombrement[6]. Il s'agit de bien contrôler la quantité d'une façon ou d'une autre, que ce soit la correspondance terme à terme (par l'intermédiaire des doigts), ou bien le comptage numérotage, ou bien l'usage du nombre.

Le travail de l'enseignant va consister à construire une situation dont les modifications successives conduisent à l'acquisition du nombre au delà de la correspondance terme à terme et du comptage numérotage.

Examinons les modifications nécessaires pour qu'une situation d'enseignement puisse, à terme, générer le nombre comme solution optimale (situation d'apprentissage par adaptation).

La situation transposée en milieu scolaire

- En premier lieu, la collection à laquelle se réfère l'enfant dans son milieu familial (papa, maman, etc.), sera remplacée par une collection construite par le professeur : collection de petites voitures par exemple avec pour tâche d'aller chercher un garage pour chaque voiture (les garages sont matérialisés par des plaques de carton afin que, lors de la vérification, on puisse placer une voiture sur une plaque de carton).

-Il posera comme enjeu de ne pas faire plus d'un aller et retour entre la collection de voitures et les garages (c'est là que certains enfants « diront » le nombre, que d'autres mimeront avec les doigts, etc.).

-Il pensera sa consigne et ne s'en écartera pas : *« va chercher en un seul voyage juste ce qu'il faut de garages pour tes voitures »* et non pas « *va chercher le nombre de garages qu'il faut pour les voitures »*.[7]

- Plusieurs confrontations à ce jeu peuvent permettre d'espérer que les enfants tenteront de mémoriser la quantité. Mais cette situation peut se résoudre par simple comptage-numérotage.[8]

---

localement, de se modifier aux moindres frais, de s'optimiser sur un champ réduit. (Piaget parlait de processus d'accommodation.)

[6]Nous retenons deux acceptations du terme "dénombrement" :

- Le dénombrement au sens strict : dénombrer une collection c'est considérer le dernier terme de la liste ordonnée des nombres produite dans le comptage comme une caractéristique de la collection.

- Le dénombrement au sens large : dénombrer une collection c'est pouvoir construire une collection équipotente à une collection donnée sans présence de cette collection.

[7] A l'école maternelle, les savoirs sont tellement connus qu'il est difficile, pour les professeurs, de donner une consigne sans donner la solution…

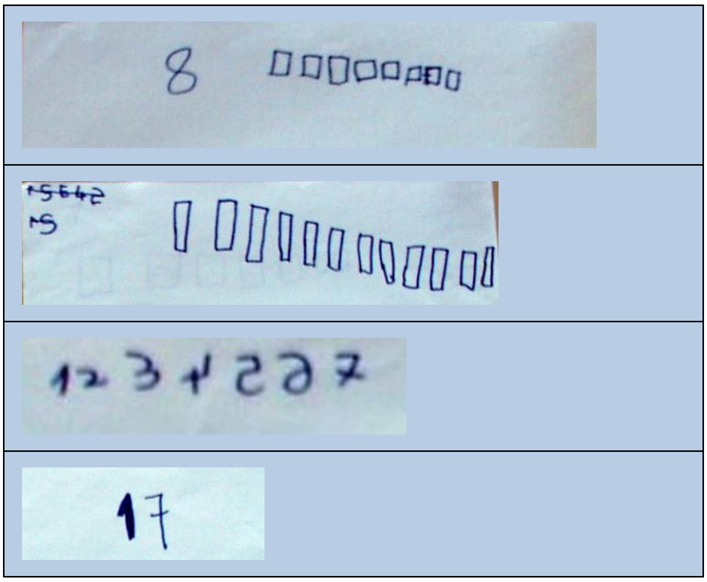
Comment faire évoluer cette situation pour que les élèves construisent le concept de nombre ?

"Le langage n'est pas la pensée, mais que serait la pensée sans le langage" ?

Pour que la situation puisse faire évoluer du comptage-numérotage au nombre, le professeur va devoir réorganiser le milieu. Il va jouer sur la taille des collections et séparer dans le temps les deux étapes de l'activité : par exemple, mémoriser la quantité le matin et utiliser cette mémoire de la quantité l'après-midi. Pour cela, il va engager les élèves dans la production d'une trace écrite afin de se souvenir.

Le passage à un travail sur l'écrit joue ici un rôle fondamental[9]. Les enfants proposent différentes stratégies (dessiner les garages, dessiner des bâtonnets, écrire la suite écrite de la comptine, écrire le nombre,...). Ils trouvent petit à petit un moyen écrit de garder en mémoire cette information numérique. C'est dans les écrits que vont se négocier le passage d'une trace écrite du comptage-numérotage (1 2 3 4 5 6) à une trace écrite plus concise témoignage de l'acquisition du nombre (6).

Voici des exemples de productions écrites issues de ce type de situation :



[8] A ce propos, R.Brissiaud écrit : *"En revanche, depuis 30 ans environ, les étudiants des écoles normales, des IUFM puis des ESPE apprennent que la « situation fondamentale du dénombrement » est celle où l'élève est devant une collection de coquetiers et où l'enseignant lui demande d'aller chercher à l'autre bout de la classe, en un seul voyage, une collection d'œufs qui conduise à mettre exactement un œuf dans chaque coquetier. Or, pour réussir ce problème, il suffit de compter-numéroter les coquetiers (le 1, le 2, le 3, le 4, le 5, le 6, le 7, le 8, par exemple) et de compter-numéroter « pareil » les œufs, il n'est pas nécessaire de savoir comment le nombre 8 s'exprime en nombres plus petits que lui. C'est ainsi qu'aujourd'hui, les formateurs appellent « situation fondamentale du dénombrement » un problème dont la résolution ne nécessite pas de comprendre les nombres au sens de Buisson, Canac, Mialaret, etc. Le point de vue adopté est radicalement différent. Cet usage du mot « dénombrement » est extrêmement malheureux : il conduit les enseignants à penser que leurs élèves travaillent avec des nombres, c'est-à-dire des entités qui réfèrent à des pluralités, alors que, bien souvent, ils ne font usage que de numéros, entités qui réfèrent à des individualités.".* Nous pourrions dire que cette analyse serait juste si la situation dite "fondamentale du nombre" était celle qui est décrite. Or il faut avoir lu les textes d'origine de Brousseau et de son équipe pour comprendre que c'est une évolution de la situation, par l'usage rendu nécessaire de l'écrit, qui va faire en sorte que l'élève passera du comptage-numérotage au concept de nombre.

[9] Le travail de la pensée est souvent accompagné, voire piloté, par des formes langagières et des manipulations de symboles. La numération et les notations algébriques ne sont pas à elles seules des concepts mathématiques mais elles jouent un grand rôle dans la conceptualisation et le raisonnement mathématiques » [G.Vergnaud in REE n°4 oct 2007

Le professeur a donc modifié le scénario d'origine. C'est dans ces premières productions d'écrits que le concept de nombre va prendre consistance. Par ces productions, l'élève prend progressivement conscience que la conservation de l'information passe par l'élaboration d'un code d'abord personnel, puis, plus tard, commun. L'abandon des écritures "primitives" du type 123456 au profit de 6 constitue l'appropriation du nombre.

En d'autres termes, un concept naît (le nombre, ou plutôt les premiers nombres) ; on sait qu'il est d'abord fragile (non conservation des quantités à cet âge), mais il apparaît progressivement dans un système sémiotique collectif comme solution à certains problèmes posés. Dès lors, une écriture (primitive) va être objet de découvertes, de progrès par confrontation des écrits. L'entrée dans l'écrit trouve là une utilité avérée parce que le sens commande les travaux d'écriture. Le travail réflexif collectif sur ces écritures va développer la construction des premiers nombres. Plus tard, l'écriture (ultérieure ou/et contemporaine de l'activité) définitive du nombre constituera un code commun imposé par le professeur auquel on adhérera, pour des raisons sociales.

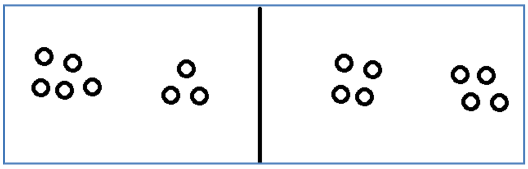
Le nombre comme solution à un problème de positionnement

Je n'ai pas abordé cette situation lors de mon exposé, mais une autre famille de situations relative aux premiers nombres a été étudiée et est décrite dans le CD-ROM déjà évoqué.

Seconde situation étudiée : "*La propriété d'addition*" : condition nécessaire à la conceptualisation du nombre

La tendance actuelle à élémentariser l'école maternelle pousse les professeurs à faire travailler trop tôt sur de grands nombres, voire sur la numération. Or la numération suppose un travail très élaboré sur le signe : comprendre que 18 est synonyme de 10+8, ne pas se contenter de réciter cette égalité mais s'en servir dans une action sont des savoirs et des comportements difficiles à acquérir On sait que ce travail prend du temps au cours préparatoire. Le travail sur la numération supposera que l'élève donne du sens à une production écrite (18) : le 1 signifiant une dizaine et le 8 signifiant le « 8 »… Vouloir engager les enfants dans un tel travail en grande section est hors programme. Pour autant, qu'est-ce qui peut-être utile à travailler en amont à l'école maternelle ?

Beaucoup d'enfants sont en difficulté pour reconnaître que les deux collections suivantes sont équipotentes :



Ce qui rendra d'autant plus difficile l'identification du couple (5,3) au couple (4,4) lors de la genèse de l'addition. On comprend alors que l'identification d'un nombre à une disposition particulière (domino) doit être maniée avec prudence puisqu'il y a risque de « fossilisation » des images mentales.

Un travail en grande section consiste donc à proposer à des enfants une écriture comme 5 3 (l'utilisation du signe + est ici superflue) afin qu'ils aillent chercher une collection représentée dans une autre configuration que 5 3 mais plutôt 4 4 ou 6 2, etc. Ce travail prépare à la lecture d'un mot (5 3) et attribue à chacun des signes un rôle spécifique, ce qui sera bénéfique pour la construction de la numération au cours préparatoire[10]. Nous allons développer l'analyse des différentes étapes de cette situation.

Les programmes 2015 de l'école maternelle:

Ils insistent sur deux points : la décomposition-recomposition des petites quantités et l'itération : la consolidation du nombre *"demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois), la reconnaissance et l'observation des constellations du dé, la reconnaissance et l'expression d'une quantité avec les doigts de la main, la correspondance terme à terme avec une collection de cardinal connu. L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix.*"

Dans cette partie des programmes, moins homogène que la précédente, une certaine confusion existe qui vient du fait que l'on propose de décomposer-recomposer des quantités, donc de travailler sur des objets et non sur des nombres et on demande de travailler sur l'itération de l'unité, donc de travailler sur les nombres. Et dans ce dernier cas, il n'est pas précisé si le travail s'effectue sur une énonciation orale des nombres ou sur une production écrite signifiant ces nombres.

Nous rapprochons la décomposition-recomposition exercée sur les nombres de la propriété d'addition au sens de Vergnaud : *"Cette propriété d'addition est la condition nécessaire à la conceptualisation du nombre"*. Il s'agit de construire une situations d'apprentissage, dont la solution optimale fait qu'un travail de décomposition-recomposition d'un nombre conduit à la solution du problème posé.

Exemple de situation :"le bon panier[11]"

La situation :

Matériel

Une quinzaine de messages comme sur la photo.

Une quinzaine de paniers dessinés contenant des œufs.

Des feutres des couleurs concernées.

Pour l'étape 2 et suivantes : des boites sans couvercles contenant les feuilles où sont dessinés les paniers

Objectifs pour le professeur : Proposer une situation (étape 1) au cours de laquelle l'élève devra lire un message numérique de type 2 et 5 *(voir photo)* et aller chercher un panier dont la disposition des œufs n'est pas 2 éléments et 5 éléments mais, par exemple 3 éléments et 4 éléments.

Le coloriage des œufs conformément aux couleurs indiquées dans les messages constitue le moment de vérification du bon

---

[10] L'activité est souvent nommée « le bon panier » dans BRIAND-SALIN-LOUBET 2004.

[11] Situation proposée et étudiée par S.Vinant à l'école Jules MIchelet de Talence (33)

choix du panier.

A l'étape 2, les paniers sont cette fois rangés dans des barquettes elle-même étiquetées *(voir photo).* Les élèves font petit à petit le lien entre leur couple de nombre et l'étiquette, ce qui leur permet de prendre le bon panier sans avoir à tâtonner.

A l'étape 3, les élèves apprennent à prévoir quels sont les couples de nombres qui conduisent à la même barquette. Ils lient ainsi plusieurs couples de nombres à la barquette correspondante.

A l'étape 4 c'est un travail exclusif sur les couples de nombres *(voir photo)* qui permet de savoir ceux qui conduisent à la même barquette.

La décomposition-recomposition d'un nombre ainsi que l'itération de l'unité y sont des observables parmi d'autres. Cette situation permet de préparer les élèves à l'étude de l'addition qui ne sera abordée de manière formelle, qu'au CP.

Réorganiser l'enseignement des savoirs pré-numériques : le cas de l'énumération

Nous avons montré en quoi la construction d'un milieu d'apprentissage des premiers nombres nous semblait être la tâche essentielle du professeur. Intéressons nous maintenant aux difficultés que peuvent rencontrer des enfants dans une tâche de dénombrement.

Pour dénombrer convenablement une collection d'objets (déplaçables ou non), l'enfant doit pouvoir « passer en revue » chacun des éléments de la collection sans en oublier, sans en considérer un plusieurs fois. On notera que cette activité est plutôt de nature spatiale. C'est ce que nous appelons une tâche « d'inventaire ». Pour cela, il doit mettre en œuvre une connaissance que nous appelons énumération qui est nécessaire au comptage mais qui ne s'identifie pas à celui-ci. Or, des difficultés dans le comptage en cours préparatoire sont imputables à des difficultés à réaliser la tâche d'inventaire. Ce constat montre que, dans l'enseignement, le professeur doit enseigner des savoirs en s'appuyant sur des connaissances qui ne sont pas enseignées.

Une des tâches de l'école maternelle est donc être de préparer les élèves à tout ce qui peut constituer les ingrédients nécessaires à une bonne maîtrise des nombres : nous avons vu l'entrée dans les premiers écrits numériques nous voyons maintenant l'entrée dans les pratiques énumératives qui permettront des activités écrites de marquage : en effet, pour être efficace dans le comptage du nombre d'éléments d'une collection, un enfant a tout intérêt à repérer au fur et à mesure les éléments déjà comptés. Il ne s'agit pas d'un simple savoir-faire mais d'un savoir : énumérer une collection. Nous devons donc construire une situation dont la solution au problème posé soit l'énumération d'une collection. J'ai donc montré lors de mon exposé un exemple de situation d'apprentissage par adaptation de l'énumération (le jeu des boites : *voir photo).* La description détaillée est faite dans le CD-ROM ainsi que dans [GRAND N 2000] et dans [MARGOLINAS C., WOZNIAK F., CANIVENC B. *et al.* (2007].

En conclusion

Les savoirs mathématiques de l'école maternelle sont des outils familiers aux adultes. Leur remise en perspective en tant que solution à des problèmes attrayants que l'on poserait à des élèves nécessite un recul, une formation professionnelle avérée. Prise en sandwich entre des pratiques sociales qui évoluent (cf les jeux traditionnels en perte de vitesse) et une élémentarisation rampante (enseignement inutilement précoce des plus grands nombres et de la numération), l'école maternelle doit affirmer sa place dans la construction des premières mathématiques.

Nous avons volontairement revu seulement deux situations emblématiques et souvent mal comprises ou/et confondues avec des épreuves d'évaluation. Nous y avons vu en quoi l'école maternelle pouvait être le lieu où des enfants apprennent à prendre de la distance entre l'intention de l'action, l'action et le résultat de cette action. Les mathématiques participent à ce passage de l'opinion (personnelle) à la vérité (collective) à condition qu'une réflexion puisse être conduite sur la place du matériel, la place des déclarations orales, la place des écrits. Le professeur y joue un rôle déterminant de complice des erreurs, des réussites des élèves, dans un climat de bienveillance tout en ayant pour objectif des constructions de savoirs.

Bibliographie

BRIAND J. (1999). *« Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques.».* Recherches en didactique des mathématiques, vol. 19, n° 1, p. 41-76.

BRIAND J., LACAVE-LUCIANI M.-J., HARVOUET M. (2000). *« Enseigner l'énumération en moyenne section ».* Grand N. Spécial maternelle : approche du nombre. Tome 1, *p. 123-138.*

BRIAND J., SALIN MH, LOUBET M. (2004) "mathématiques en maternelle » CDROM Hatier.

BRISSIAUD R. (1989) *"Comment les enfants apprennent à calculer ?"* RETZ, Paris.

GARCION-VAUTOR L. (2002) « L'entrée dans le contrat didactique à l'école maternelle » RDM Vol. 22, n°2.3, pp. 285-308

BROUSSEAU G. (1997). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

BRUN J. (1994) « Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques ».in *"Vingt ans de didactique des mathématiques en France"* (Artigue, Gras, Laborde, Tavignot). La pensée sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (2002). « Organiser l'étude. 1) Structures et fonctions. 2) Écologie et régulations ». In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue *et al.* (dir.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 3-22 et p. 41-56.

CONNE F. (1993) "Savoir et connaissance" *Recherches en Didactique des Mathématiques* : RDM vol 12/2.3 la pensée sauvage Grenoble.

DEHAENE S. (2010). *La bosse des maths : quinze ans après*. Paris : Odile Jacob.

DESCAVES A. & VIGNAUD S. (2006). « Activités numériques à la maternelle » Paris : Hachette éducation.

FAYOL M. (2012). *L'acquisition du nombre*. Paris : PUF, coll. « Que sais-je ? ».

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F.. (2012) « Le nombre à l'école maternelle, une approche didactique » Bruxelles : De Boeck, , 130 p.

MARGOLINAS C., WOZNIAK F., CANIVENC B. *et al.* (2007). *« Les mathématiques à l'école ? Plus complexe qu'il n'y paraît. Le cas de l'énumération de la maternelle… au lycée* ». Bulletin de l'APMEP, *no 471, p. 483-496.*

MARTIN F. (2003). *« Apprentissages mathématiques : jeux en maternelle* ». SCEREN CRDP Aquitaine.

MELJAC C. (1979) *« Décrire, agir, compter : l'enfant et le dénombrement spontané »*. PUF

MERCIER A. (2010) « Pédagogie et didactique ». In A. van Zanten (dir.), *Dictionnaire de l'éducation*. Paris : Seuil.

REBIERE M. (2012) Cours 4 de la 16° école d'été de didactique des mathématiques : *« S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? »*

TISSERON (2013) *« Apprivoiser les écrans et grandir »* Erès ed.

VERGNAUD G. (1990). *« La théorie des champs conceptuels* ». Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10(2.3), p. 133-170.